Euclides

Vakblad voor de wiskundeleraar

Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Wolters-Noordhoff

816
357
492

jaargang 65 1989 | 1990 januari

● Euclides ● ● ● ●

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren. Het blad verschijnt 9 maal per cursusjaar.

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Voorzitter Dr. J. van Lint, Spiekerbrink 25, 8034 RA Zwolle, tel. 038-53 99 85.
Secretaris Drs J. W. Maassen, Traviatastraat 132, 2555 VJ Den Haag.
Penningmeester en ledenadministratie F. F. J. Gaillard, Jorisstraat 43, 4834 VC Breda, tel. 076-65 32 18. Giro: 143917 t.n.v. Ned. Ver. v. Wiskundeleraren te Amsterdam.

De contributie bedraagt ƒ55,– per verenigingsjaar; studentleden en Belgische leden die ook lid zijn van de V.V.W.L. ƒ37,50; contributie zonder Euclides ƒ30,–. Adreswijziging en opgave van nieuwe leden (met vermelding van evt. gironummer) aan de penningmeester. Opzeggingen vóór 1 juli.

Inlichtingen over en opgave voor deelname aan de leesportefeuille (buitenlandse tijdschriften) aan F. M. W. Doove, Severij 5, 3155 BR Maasland. Giro: 1609994 t.n.v. NVvW leesportefeuille te Maasland.

Artikelen/mededelingen

Artikelen en mededelingen worden in drievoud ingewacht bij drs M. C. van Hoorn, Noordersingel 12, 9901 BP Appingedam. Zij dienen machinaal geschreven te zijn en bij voorkeur te voldoen aan:

- ruime marge
- regelafstand van 2
- 48 regels per kolom
- maximaal 47 aanslagen per regel
- liefst voorzien van (genummerde) illustraties
- die gescheiden zijn van de tekst
- aangeleverd in zo origineel mogelijke vorm
- waar nodig voorzien van bijschriften

De auteur van een geplaatst artikel ontvangt kosteloos 5 exemplaren van het nummer waarin het artikel is opgenomen.

Abonnementen niet-leden

Abonnementsprijs voor niet-leden ƒ55,00. Een collectief abonnement (6 ex. of meer) kost per abonnement ƒ35,00. Niet-leden kunnen zich abonneren bij: Wolters-Noordhoff bv, afd. Verkoopadministratie, Postbus 567, 9700 AN Groningen, tel. 050-22 68 86. Giro: 1308949.
Abonnees wordt dringend verzocht te wachten met betalen tot zij een acceptgirokaart hebben ontvangen.
Abonnementen gelden telkens vanaf het eerstvolgend nummer. Reeds verschenen nummers zijn op aanvraag leverbaar na vooruitbetaling van het verschuldigde bedrag.
Annuleringen dienen minstens één maand voor het einde van de jaargang te worden doorgegeven.
Losse nummers ƒ9,– (alleen verkrijgbaar na vooruitbetaling).

Advertenties

Advertenties zenden aan:
Intermedia bv, Postbus 371, 2400 AJ Alphen a/d Rijn.
Tel. 01720-6 63 79. Telefaxnr. 01720-9 32 70.

ISSN 01.65-0394

Inhoud



... de aula van het Nieuwe Lyceum tenslotte overvol.



▶ Studiedag NVvW

Bram van der Wal

Francis Meester, één van de organisatoren van de studiedag van de NVvW op zaterdag 28 oktober, liet duidelijk blijken erg gelukkig te zijn met de grote opkomst. Na een wat aarzelend begin was de aula van het Nieuwe Lyceum tenslotte overvol. De aanwezigen kregen een gevarieerd programma voórgeschoteld dat in het teken stond van begeleiden, motiveren en adviseren in de wiskundeles. Dat daarbij met name de rol van de meisjes in de exacte vakken aan de orde kwam was te verwachten.



Afgezien van enkele onderdelen kenmerkte de dag zich door een reünie-achtige sfeer. Gezellig, en vooral het ophalen van het bijna vergeten verleden. Waar terugkijken verhelderend kan werken als het gaat om te weten waar men staat teneinde de goede stap voorwaarts te maken, kan het echter ook verzanden in het doorbladeren van het familie-foto-album. Het laatste was het geval bij de talkshow waarbij een aantal mannen en vrouwen, waaronder Ella Vogelaar, voorzitter van de ABOP, ervaringen met en visie op wiskunde-onderwijs zou bespreken.
Door een verkeerde probleemstelling kreeg de talkshow al snel het aanzien van een oubollig onderonsje van de gesprekspartners. Ella Vogelaar, mede opsteller van het rapport 'De bedrijvige school', heeft toch wel meer te melden dan het feit dat enkele incidenten bij de eerste wiskundelessen haar deden afhaken voor wat dit vak betreft.
Dat de in de zaal opgestelde microfoon niet gebruikt werd gaf het beste aan dat de show niet boeide. Het was zeker niet de schuld van gespreksleidster Loes Lauteslager die de show vakkundig leidde, maar van de keuze van gespreksonderwerpen.
Het lauwe verloop van deze talkshow stond in schrille tegenstelling tot het half uurtje cabaret van Joke van Leeuwen en Carolien Deutman. Joke van Leeuwen hield in een mengeling van terughoudendheid en durf de zaal een spiegel van de vrouw

in de samenleving voor die de vaksectie verre oversteeg. Daarnaast zag ze kans de problematiek te vertalen in wiskundetaal. Het mee te zingen liedje 'Kies exact – kies een vak – pies en kak' was een vondst, de parodie op de vrouw die geleerd heeft zichzelf een klopje op de schouder te geven, leerde nee te zeggen en dat tot schade van haar zelf volhoudt, herkenbaar.



De lezing van Kees Blase over keuzebegeleiding met als titel 'De driehoek: zorg, techniek en wiskunde' bleef wat hangen in de historische context van techniek en zorg. Of het te berde brengen door Blase van het Taoïsme voor meer duidelijkheid zorgde is de vraag.
Blase constateerde dat gaandeweg in de geschiedenis techniek een vak met uitdaging voor jongens werd en meisjes met angst vervulde. De zorgkant, die een appèl doet op tederheid, verwennen en inrichten, zou door de noodzaak om de menselijke factor in te schakelen de jongens tot vermijdingsgedrag brengen.
Waar techniek en zorg tot aan het eind van de zeventiger jaren steeds verder uit elkaar groeiden ziet Blase nu, in het post-industriële tijdperk, het moment van integratie aangebroken. Zoals licht en donker als polen niet slechts elkaars tegenstellingen zijn doch ook voor de grijze tinten zorgen, zo is de veelvormigheid in onze maatschappij te bereiken door de integratie van de polen techniek en zorg. Daarbij kan wiskunde als communicatiemiddel bij uitstek een belangrijke rol spelen. Een heroriëntatie van de wiskunde op het leven van alle dag, en dan met name de huishouding, moet volgens Blase er toe leiden dat de polen zorg – techniek in een andere verhouding op elkaar gaan werken.
De deelnemers aan de studiedag konden in twee ronden kiezen uit een tiental workshops. Deze workshops boden een zeer gevarieerd menu en menigmaal overschreed men de beschikbare tijd. Juist de ontmoeting met anderen in kleine groepen bleek ook deze dag weer een gouden greep. Het is te hopen dat in het toegezegde boekje over de studiedag[1] voldoende aandacht besteed zal worden aan hetgeen in deze workshops ter tafel kwam.
Zoals gebruikelijk werd ook deze studiedag afgesloten met een huishoudelijk deel, de rondvraag. Daarbij kwam het programma voor havo-B aan de orde dat als overladen werd beschouwd. De vrees werd geuit dat leerlingen met de door Hawex voorgestelde 2 × 4 lesuren tekort zullen komen. Het programma lijkt slechts uitvoerbaar met 2 × 5 lesuren. Op de vraag wat de vereniging daar aan denkt te doen antwoordde voorzitter Van Lint dat een en ander zal worden meegenomen. Een volgende vraag betrof wiskunde A op havo en de onduidelijkheden ten aanzien van de mogelijke vervolgopleidingen en de aansluiting op wiskunde A bij het vwo.
Van Lint wees er op dat op de door de vereniging georganiseerde hoorzittingen over dit onderwerp kritiek op de eerste rapporten mogelijk was geweest. Verder gaf hij te kennen dat er binnen het bestuur van de NVvW geen eensgezindheid bestaat over hoe het allemaal zou moeten zijn maar dat in ieder geval de aansluiting havo-A op vwo-A niet de eerste prioriteit had bij het maken van een nieuw programma.
Bedankjes en bloemen voor de organisatoren van deze studiedag markeerden het einde er van.

Noot

Naar aanleiding van de studiedag op 28 oktober 1989 verschijnt een boekje, dat dezelfde titel heeft: 'Motiveren, begeleiden en adviseren in de wiskundeles'. Het boekje zal aan deelnemers aan de studiedag gratis worden toegezonden. Anderen kunnen het vanaf februari 1990 via de boekhandel verkrijgen.

Foto's: *Heleen Verhage.*

▶ Kolom 14

George Schoemaker

Het is de week na Sinerklaas. Verkoudheid en griep spelen de baas. We hebben een bijeenkomst met de wiskundedocenten van de vier experimenteerscholen op een namiddag van drie tot zes. De scholen zijn goed vertegenwoordigd. Het thema is 'Wat verandert er in de werkwijze van de wiskundedocent bij het nieuwe programma?'.
Een paar bevindingen, in grote trekken:

- Werken met contexten vraagt vaardigheden van de leraar om taalproblemen aan te pakken. Wat we noemden 'acteren' kan een heleboel problemen wegnemen: het eigen verhaal van de lerares kan het probleem actueel maken tot het probleem van de leerlingen. Soms ook leidt een context tot een oefening begrijpend lezen.
- Docenten geven meer ruimte aan de leerling. De leerlingen zijn echt bezig, ook al is er meer 'leergedruis'.
- Het accent bij het vragen stellen verschuift van 'bij de les houden' naar 'medeplichtig maken aan het probleem'.
- Docenten zijn anders gaan denken over expertise. Erkennen dat je zelf niet van alle contexten alles af weet, dat je gebruik kunt maken van expertise bij de leerlingen.
- Docenten gaan anders om met hun wiskundige kennis: soms terughoudend zijn, je realiseren dat er altijd een paar in de klas kunnen zitten die meer aanleg hebben voor wiskunde dan jij zelf. Ze moeten alleen nog wat rijpen.

▶ Advies urenverdeling wiskunde A en B havo

Bestuur NVvW

Op de jaarvergadering van 28 oktober is aan het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren gevraagd een advies op te stellen over een wenselijke urenverdeling voor wiskunde A en wiskunde B op havo.

In 1987 is op drie scholen een experiment met het nieuwe programma opgezet. Deze scholen zijn begonnen met 5 wekelijkse lessen voor wiskunde A én voor wiskunde B in de klassen 4 en 5.
In 1989 is het experiment uitgebreid met 26 volgscholen. Deze scholen hebben van het Hawexontwikkelteam het advies gekregen om het experiment te starten met 5 wekelijkse lesuren voor wiskunde A én voor wiskunde B in de klassen 4 en 5.

Gezien de slechts zeer korte ervaringen met het nieuwe programma adviseert het bestuur van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren alle scholen om de invoering van wiskunde A en zeker wiskunde B te beginnen met vijf wekelijkse lesuren zowel voor het vierde als voor het vijfde leerjaar.

Adviezen voor langere termijn kunnen pas gegeven worden nadat meer ervaring met het huidige programma is opgedaan.
Hierbij zal onder andere een rol spelen:
- welke leerlingen kiezen wiskunde A en wiskunde B?
- hoe wordt in de onderbouw ingespeeld op de vernieuwingen in de bovenbouw?
- hoeveel wekelijkse lesuren zijn in de onderbouw beschikbaar?

▶ Hawex, nader bekeken

Marja Meeder, Francis Meester

Het project Wiskunde en Emancipatie

In het najaar van 1988 is het project Wiskunde & Emancipatie op de Hogeschool Holland van start gegaan. Het project wordt voor drie jaar gesubsidieerd door het Ministerie van Onderwijs en Wetenschappen. Wiskunde & Emancipatie is weliswaar ondergebracht bij de Hogeschool Holland, maar het is de bedoeling dat de activiteiten in het kader van het project een uitstraling hebben naar de andere hogescholen en dat het project resultaten oplevert voor het wiskunde-onderwijs als geheel. Het project kent drie pijlers: opleiding, nascholing en omscholing. Wat de nascholing betreft is er voor gekozen wiskunde en emancipatie zo geïntegreerd mogelijk aan de orde te laten komen in nascholingsactiviteiten. Dat lijkt ons zinvoller dan aparte conferenties, vooral ook omdat er zoveel gaande is in het wiskunde-onderwijs: Hawex, wiskunde verplicht (!?), de Kies-exact-campagne, Basisvorming, Eindtermen en COW (12-16). En omdat bij de Hawex de nascholing gestart is voor de experimenteer-scholen, hebben we ons daar het eerst mee beziggehouden.

Om zelf een beeld te vormen van de veranderingen in de bovenbouw van het havo hebben we links en rechts informatie verzameld, gesprekken gevoerd en bijeenkomsten bijgewoond. Daarbij hebben we steeds alle medewerking gehad van de betrokkenen, onder wie de leden van het Hawex-team. Verder hebben we een drietal bijeenkomsten belegd met een groep van acht docenten, die allen experimenteerervaring met Hewet hebben. De vergelijking met de invoering van de Hewet en de ervaring van docenten met wiskunde A en B zal geregeld naar voren komen in dit artikel.
We zullen een aantal van onze bevindingen beschrijven en daarmee de velen die binnenkort met de Hawex-veranderingen te maken krijgen, informeren. Onze opmerkingen hebben zowel betrekking op de programma-invulling, als op allerlei belangrijke zaken er omheen. Het zijn overigens niet alleen bevindingen die direct met emancipatie te maken hebben. Het is wel zo dat wij ze opmerken als wij Hawex emancipatorisch bekijken.

Uit de gemaakte keuzes kan veel over de identiteit van een school afgeleid worden, ook hoe de houding van de school is t.a.v. emancipatie.

Er is in dit tijdschrift al eerder geschreven over de gang van zaken bij de Hawex[1]. Daarom alleen de belangrijkste data:
- febr. '84: start werkgroep herziening examenprogramma Havo,
- aug. '87: start op drie experimenteerscholen,
- aug. '89: start 24 experimenteerscholen,
- aug. '90: invoering op alle scholen.

Op dit moment is het onduidelijk hoe het met de vakkenuitbreiding en de verplichte wiskunde op het havo en vwo zal gaan. Speculaties daarover hebben we buiten dit artikel gehouden.

Twee in de plaats van één

Op het havo komen twee nieuwe vakken in plaats van één wiskunde, zoals nu het geval is. Dat betekent dat leerlingen die wiskunde willen kiezen een keuze moeten maken voor wiskunde A en/of wiskunde B. Welke wiskunde de leerling kiest heeft vergaande consequenties voor de vervolgopleiding. Dit legt een zware druk op de keuzebegeleiding en op een zorgvuldige voorlichting van de wiskundedocenten en schooldecanen aan de leerlingen.

Maar twee wiskundevakken in plaats van één heeft ook veel schoolorganisatorische gevolgen: nog meer leerlingen die wiskunde kiezen ten koste van andere vakken, dus meer groepen (= uren) wiskunde, andere clusters van vakken (mag wiskunde A met natuurkunde en moet economie nu met wiskunde A of juist met wiskunde B?).
Een school moet keuzes maken en standpunten innemen. Uit de gemaakte keuzes kan veel over de identiteit van een school afgeleid worden, ook hoe de houding van de school is t.a.v. emancipatie.

Instroom en uitstroom

In de 4e klas havo zitten leerlingen die drie klassen havo hebben gedaan, maar ook leerlingen met een afgeronde mavo-opleiding. Voor beide groepen is er in de voorlichting over het kiezen van wiskunde A of B iets aan de hand. Gaf in de 4e klas vwo een eerstegraads docent les, die ook informatie over wiskunde A en wiskunde B kon geven, in de derde klas havo moet die informatie gegeven worden door een onderbouwdocent, die dikwijls zelf geen ervaring met het materiaal heeft. Voor de mavoleerling die wil doorstromen naar het havo is er een nog veel grotere kloof te overbruggen: vanuit de mavo-wiskunde moet er gekozen worden tussen wiskunde A of wiskunde B. Maar alleen op grond van goede informatie kun je een verantwoorde keuze maken!

Bij onzorgvuldige informatie en onjuiste beeldvorming zijn de leerlingen met het minst heldere toekomstbeeld altijd de dupe ... en dat zijn meisjes.

Het Hawex-team heeft in het kader van het experiment een informatiebrochure[2] samengesteld die gebruikt kan worden als voorlichtingsmateriaal voor mavo-scholen.

Wij lezen in deze informatiebrochure:
– 'wiskunde A, waarbij de nadruk ligt op het gebruik van wiskunde in de maatschappij,
– wiskunde B, bestemd voor leerlingen die een 'beta-opleiding' gaan volgen.'
Verderop in de brochure wordt 'beta-opleiding' ingevuld met 'hoger technisch, nautisch en laboratorium-onderwijs en de lerarenopleidingen voor wiskunde, natuurwetenschappen en techniek'. Nog een citaat: '... en men kan zich voorstellen dat voor het heao en het hoger agrarisch onderwijs zowel wiskunde A als wiskunde B een geschikte vooropleiding is. Voor alle andere hogere beroepsopleidingen lijkt wiskunde A het meest geschikte vak. Met name zij hier genoemd de opleiding voor leraar aan de basisschool'.

Het op vijftienjarige leeftijd niet kiezen voor wiskunde B in het havo-pakket maakt een technisch of exact vervolg in hbo, vwo of wo bijna onmogelijk.

In het eindrapport[3] van de Hawex-commissie van jan. '86 staat dat 'wiskunde B bestemd is voor leerlingen, die een opleiding gaan volgen waarbij wiskunde belangrijk is en gewoonlijk als zelfstandig vak op het rooster staat'. Dat is toch een andere dan de interpretatie die er nu door het Hawex-team aan gegeven wordt.

Wiskunde A en wiskunde B

Er bestaat naar ons idee een duidelijke hiërarchie tussen wiskunde A en wiskunde B. Hoewel zowel in de informatiebrochure als in het Hawexrapport staat dat '... een vergelijking van zwaarte niet zinvol is, omdat de beide vakken A en B dermate verschillend zijn ...', hebben wij uit alle informatie maar één conclusie kunnen trekken: wiskunde A is gemakkelijker dan wiskunde B. Bij de Hewet is lang volgehouden dat het om gelijkwaardige vakken ging, bij de Hawex benadrukt men dat veel minder of liever gezegd, hier klinkt het tegendeel: wiskunde B is voor de échte B-leerling! Maar wie is dat en wie weet dat als hij/zij 15 jaar oud is?
Wij vinden het een goede zaak dat er een wiskunde A en B voor het havo ontwikkeld wordt en dat ook wiskunde B – in tegenstelling met het vwo – op het havo helemaal opnieuw wordt ingevuld. Die vernieuwing was ook noodzakelijk om een betere aan-

sluiting op hbo-opleidingen te krijgen. Onmiddellijk rijst de vraag: welke hbo-opleiding? Want wat is nu de beste keus voor het heao?
Het nieuwe vak wiskunde B lijkt aanzienlijk moeilijker te worden dan de havo-wiskunde van dit moment. Als dit vermoeden waar is, kunnen daar argumenten voor zijn. Maar des te belangrijker is het dan dat er goede informatie gegeven wordt.
Bij onzorgvuldige informatie en onjuiste beeldvorming zijn de leerlingen met het minst heldere toekomstbeeld altijd de dupe ... en dat zijn meisjes.

Statistische gegevens

Reeds ver voor de invoering van de Hewet hebben docenten van de Werkgroep Vrouwen & Wiskunde hun bezorgdheid uitgesproken over het feit, dat er zo weinig aandacht besteed werd aan de begeleiding van leerlingen bij het kiezen van wiskunde A of wiskunde B. In VrouWiskundig[4] wordt hier verslag van gedaan in de hoop dat dit aspect bij een programma-verandering, zoals de invoering van de Hawex, wat meer aandacht zou krijgen. De bezorgdheid die bij de invoering van de Hewet is geuit, geldt in sterkere mate voor de Hawex. Nu zijn leerlingen immers nog een jaar jonger wanneer ze moeten kiezen. Wel of niet wiskunde B in het pakket hebben, is bepalend voor de mogelijkheid een exacte of technische vervolgstudie te kiezen. Het maakt niet uit of de weg nu havo-hbo, havo-hbo-wo of havo-vwo-wo is. Het op vijftienjarige leeftijd niet kiezen voor wiskunde B in het havo-pakket maakt een technisch of exact vervolg in hbo, vwo of wo bijna onmogelijk. De aansluiting van wiskunde A (havo) op wiskunde A (vwo) is al moeilijk, de aansluiting van wiskunde A (havo) op wiskunde B (vwo) is bijna onmogelijk.

Het blijft ons bevreemden dat twee nieuw ingevulde vakken wiskunde A niet op elkaar aansluiten.

Onze in VrouWiskundig uitgesproken verwachting dat meisjes eerder zullen kiezen voor de op de praktijk gerichte wiskunde A, is, wanneer we de percentages zien, helaas bewaarheid geworden. In tabel 1 geven we de percentages van jongens en meisjes met wiskunde I en II in het eindexamenpakket op het vwo van de jaren '80 en '86: van '87 en '88 de wiskunde A- en wiskunde B-percentages. We zien, zowel bij jongens als bij meisjes, een stijgende deelname aan wiskunde I, maar de wiskunde B-keuze van meisjes blijft achter.

Percentages wiskundekeuze eindexamen vwo

	80	86		
Wiskunde I				
Jongens	79	83		
Meisjes	53	61		
Wiskunde II				
Jongens	25	32		
Meisjes	4	8		
Wiskunde A			87	88
Jongens			62	61
Meisjes			52	55
Wiskunde B				
Jongens			61	63
Meisjes			30	29

Tabel 1

Je kunt ook anders naar deze percentages kijken en opmerken dat in 1988 29% van de meisjes wiskunde B gekozen heeft en de mogelijkheid heeft een technische of exacte studierichting te kiezen, terwijl er in 1986 maar 8% van de meisjes wiskunde II koos.

In tabel 2 staan de percentages voor havo en mavo en ook hier valt de stijgende lijn af te lezen van deelname van zowel jongens als meisjes aan wiskunde-onderwijs. Voor deze leerlingen, die nog niet hebben hoeven kiezen voor wiskunde A of B, liggen nog allerlei mogelijkheden open, ook de mogelijkheid een technische of exacte studierichting of vervolgopleiding te kiezen. In de nieuwe constructie worden de leerlingen gedwongen op jongere leeftijd een keuze te maken tussen een technisch of exact, dan wel niet-technisch en niet-exact gerichte wiskunde.

●

Een voordeel is wel dat na de invoering van de Hawex waarschijnlijk meer leerlingen een wiskunde-vak in het examenpakket zullen opnemen. Daarmee zijn deze leerlingen in ieder geval minder deficiënt dan de leerlingen in het verleden zonder wiskunde in het pakket.

Havo					
	80	..	86	87	88
Jongens	62	..	75	76	77
Meisjes	31	..	45	47	44
Mavo					
Jongens	69	..	80	80	84
Meisjes	32	..	49	50	54

Tabel 2

Opvallende programmatische punten

Als redelijk geïnformeerde buitenstaanders vallen ons nog een aantal zaken op. De analyse van wiskunde B is toepassingsgericht uitgewerkt met voorbeelden die sterk aan de wiskunde-A-stof van het vwo doen denken. Voor de ruimtemeetkunde zijn de toepassingen vooral in de technische en bouwkundige hoek gezocht. Om ruimtemeetkunde voor een grotere groep leerlingen aantrekkelijk te maken zal er naar ons idee een breder scala aan voorbeelden aangeboden moeten worden. Wij hopen dat auteursteams er in zullen slagen de ruimtemeetkunde minder eenzijdig te benaderen door voorbeelden te kiezen uit de diverse terreinen van het leven. Wij denken dan aan: binnenhuisarchitectuur, industriële vormgeving, textiel, kunst en geografische voorbeelden.
Verder valt ons de grote afstand tussen wiskunde A en wiskunde B op. Voor wiskunde A heb je weinig voorkennis nodig maar wel je gezonde verstand en je moet goed kunnen lezen. Bij wiskunde B heb je naast gezond verstand en leesvaardigheid heel wat voorkennis uit de onderbouw nodig. Je moet aardig kunnen 'manipuleren met cijfers en letters' om oppervlakteberekeningen te kunnen maken of om de lengte van zijden uit te kunnen rekenen. Het risico lijkt niet denkbeeldig dat dit wiskunde-B-programma zijn schaduw vooruit werpt. Er zal een degelijke voorbereiding in de onderbouw moeten plaatsvinden voor de wiskunde-B-stof. En daarmee zouden wiskunde-A-achtige onderwerpen in de knel kunnen komen. Dat lijkt ons geen gelukkige ontwikkeling.
Wij denken aan een breed onderbouwprogramma met wiskunde A- en wiskunde B-achtige aspecten waarop een vervolg wiskunde A en een vervolg wiskunde B mogelijk is. Nu schuilt het gevaar dat wiskunde A pas in de vierde klas havo van start gaat en dat de voorbereiding op wiskunde-B veel tijd zal vragen.
Hierop aansluitend verwondert ons toch ook de keuze om geen differentiaalrekening in het havo-A-programma op te nemen. Kennelijk is er voor gekozen om het vak wiskunde A op het havo voor een grote groep leerlingen toegankelijk te houden en om wiskunde A geen 'afgeleide' van wiskunde B te laten zijn. Een respectabele keuze, maar wiskunde A op het havo heeft ook met wiskunde A op het vwo te maken, alleen al omdat ieder jaar veel kandidaten doorstromen van havo naar vwo. Met de Harmonisatiewet zou deze stroom nog wel eens groter kunnen gaan worden. Het blijft ons bevreemden dat twee nieuw ingevulde vakken wiskunde A niet op elkaar aansluiten.
En wie moet de nieuw opgeleide havo-leerling in de 5e klas van het vwo opvangen? Precies, de docent die hart voor zijn/haar leerlingen heeft, maar er wel weer een taak bij krijgt.

De ontwikkeling is nog niet 'af'.

De oplossing van de aansluitingsproblemen van havo op vwo kan ook in het programma voor de vierde klas vwo gezocht worden. Deze klas dreigt een beetje tussen wal en schip te geraken. Het lijkt ons een goede zaak in het vierde klas-programma van het vwo wat meer onderdelen uit de beide havo-programma's te verwerken. Moet daar weer een nieuwe commissie voor komen? Een commissie die als taak krijgt het programma van 4 vwo vast te stellen in het licht van de aansluiting havo naar vwo?

We maken ons zorgen over het beeld dat nu al van wiskunde B wordt gecreeërd. En dat terwijl er in het hbo nog zoveel onduidelijkheden zijn. Naar ons idee is er juist een groot aantal hbo-opleidingen, dat geen uitgesproken voorkeur voor wiskunde A of B zal hebben: denk aan heao, agrarisch onderwijs, opleidingen voor fysiotherapie. Het hbo zou goed geïnformeerd moeten worden over de nieuwe leerstof. Dan pas zou het kunnen weten of het wiskunde A of B vraagt. Nu kan en mag niet het beeld gegeven worden alsof dat allemaal al duidelijk is.
Wij denken, weten bijna zeker, dat deze beeldvorming van wiskunde B nadelig werkt op leerlingen en dat meisjes daar meer last van hebben dan jongens. Vanuit de overheid worden er miljoenen gepompt in een campagne 'Kies exact' maar wij zijn bang dat er na invoering van wiskunde A en B op het havo met deze invulling en beeldvorming minder leerlingen wiskunde B zullen kiezen en dus minder leerlingen de mogelijkheid hebben om 'exact te kiezen'.

Wij denken, weten bijna zeker, dat deze beeldvorming van wiskunde B nadelig werkt op leerlingen en dat meisjes daar meer last van hebben dan jongens.

Slot

Onze kritische opmerkingen over de invulling van wiskunde A en B zijn bedoeld voor hen die nog bezig zijn de nieuwe programma's inhoud te geven.

Het materiaal dat door het Hawex-team ontwikkeld is en wordt, is natuurlijk richtinggevend voor de programma-invulling van de beide nieuwe vakken. Soms bepaalt dit materiaal meer dan de bedoeling is en gaat het een eigen leven leiden. Onze hoop is dan ook vooral gevestigd op allen, die de komende tijd invloed hebben op de richting, waarin de wiskundevakken op het havo zich verder ontwikkelen. Beleidsmakers op het Ministerie zullen definitieve examenprogramma's moeten vaststellen, auteursteams en uitgevers bepalen door hun leerboeken vooral het gezicht van wiskunde A en wiskunde B. Docenten zullen de handen vol hebben met het geven van goede voorlichting en informatie en op hen zal ook de taak neerkomen om problemen op te lossen, waar de programma's onvoldoende op elkaar aansluiten.

Het lijkt ons een goede zaak in het vierde klasprogramma van het vwo wat meer onderdelen uit de beide havo-programma's te verwerken.

Toen het project Wiskunde & Emancipatie startte was de Hawex een rijdende trein die al een heel eind van zijn traject had afgelegd.
Voor ons was al snel duidelijk dat op het terrein van de voorlichting en keuzebegeleiding de grootste hiaten zaten. Omdat we uit ervaring weten dat onvolledige of onjuiste voorlichting bij meisjes hard aankomt, hebben we in eerste instantie voor dit aspect gekozen. In het kader van het project wordt er dan ook door twee docenten materiaal ontwikkeld dat dient leerlingen te helpen een verantwoorde keuze te maken[5]. Zij hebben dit materiaal op de studiedag van 28 oktober '89 gepresenteerd. Het is beschikbaar voor docenten. Tevens bieden we nascholers een draaiboek aan om (een gedeelte van) een nascholingsbijeenkomst te besteden aan de voorlichting wiskunde A en wiskunde B aan leerlingen en ouders.
Met het springen op een rijdende trein hebben we – onzes inziens – een noodzakelijke aanvulling gegeven op het reeds ontwikkelde materiaal. Bij de komende 12-16 nascholing zijn we gelukkig veel meer bij de basis betrokken en kunnen we daar veel wezenlijker inbreng hebben.

Noten

1 M. C. van Hoorn. Hoe gaat het nu met de Hawex? Euclides 1 '88/'89.
2 Voorlichtingsbrochure Wiskunde A en B op het Havo, januari '89 Utrecht.
3 Rapport Van de werkgroep ter voorbereiding van wijziging van het eindexamenprogramma wiskunde havo, jan. '86.
4 Marja Meeder, Francis Meester, e.a. VrouWiskundig, 1984 Amsterdam.
5 Rinske Krabbe en Nico Olofsen, Een brochure voor leerlingen en een brochure voor docenten, decanen en schoolleiding voor de keuzebegeleiding bij het kiezen van wiskunde A of wiskunde B in het havo, Project Wiskunde & Emancipatie, Hogeschool Holland, Diemen, november '89.

Postzegels

Fransen ten tijde van de Revolutie



Pierre Simon Laplace (1749-1827) is onder andere nog bekend door zijn kansdefinitie, en door de Laplace-transformatie.
Napoleon was één zijner leerlingen, maar Laplace transformeerde na diens val tot een aanhanger van de Bourbons. Laplace blijft gelden als één der grootste wiskundigen die ooit leefden.



Joseph Louis Lagrange (1736-1813) werkte jarenlang in Berlijn. In 1797 werd hij één van de eerste hoogleraren aan de nieuw gestichte École Polytechnique. Hij was een zuiver analyticus, die geen meetkundige voorstellingen nodig had; hij wenste die ook niet te gebruiken. Hij geldt als grondlegger van de formele wiskunde, maar ook van de hemelmechanica.

Boekbespreking

Heinrich Hemme: *HEUREKA*: Vandenhoeck & Ruprecht; DM 19,80; 109 blz.

Deze bundel bestaat uit een collectie van 95 min of meer wiskundig getinte raadsels, variërend van eenvoudige grapjes tot opgaven die wat meer puzzelen vragen. Echter geen van de vraagstukken onderstelt diepgaande wiskunde kennis: eenvoudige algebra of meetkunde is voldoende om de oplossing te vinden. Wel wordt enige creativiteit gvraagd bij het vinden van de clou van de opgave.
Naast vele oude bekenden bevat de bundel een groot aantal (voor mij althans) onbekende puzzels.
In de tweede helft geeft de schrijver zijn oplossingen, vaak meer dan een per opgave. Daarnaast is geprobeerd om de oorsprong van de diverse raadsels te achterhalen.
Al met al een heel aardig werkje met niet te moeilijke opgaven voor de liefhebber van wiskundige recreatie.

Open Universiteit: *pakket Wiskunde-1*

Van de Open Universiteit ontvingen we de leerboeken die samen de leerstof behandelen van de module Wiskunde-1: Functies en Integraalrekening. Het pakket bestaat uit een viertal boeken, te weten:
1: Wiskunde voor het Hoger Beroepsonderwijs, deel 1 (uitgegeven bij Educaboek)
De hoofdtekst van de cursus is, op enkele uitzonderingen na, te vinden in dit boek. Het behandelt de theorie en ook de toepassingen van de differentiaal- en integraalrekening, waarbij veel aandacht wordt gegeven aan numerieke methoden.
2: Uitwerkingen en antwoorden (bij bovengenoemd boek)
Een uitvoerig boek waarin de uitwerkingen van alle opgaven zijn opgenomen.

Naast deze twee boeken is nog een begeleidende set van 24 leereenheden samengesteld. Door deze leereenheden wordt tot op zekere hoogte de rol van de docent overgenomen. In de leereenheden worden de belangrijkste stukken leerstof benadrukt en worden de abstracte begrippen met extra voorbeelden concreet gemaakt. Waar noodzakelijk wordt de theorie aangevuld en toegelicht. Zo krijgen we:
3: OU-cursusdeel 1: inleiding, herhaling; limieten en continuïteit.
4: OU-cursusdeel 2: differentiaalrekening en toepassingen.

Er is duidelijk geprobeerd de student op afstand zo goed mogelijk te instrueren en te begeleiden.

Harm Bakker

▶ Het ABBA-spel

Drs. P. E. J. M. Gondrie

Bij het horen van de naam ABBA zal men in eerste instantie denken aan de bekende Zweedse popgroep. De enige overeenkomst met het ABBA-spel is dat men aan beide genoeglijke uurtjes kan beleven.

Wat is het ABBA-Spel?

We gaan uit van een 4 bij 4 matrix. Op de velden staan de letters A en B. We introduceren nu de volgende spelregel. Je mag een letter in de matrix veranderen, maar dan moeten ook al de letters die in dezelfde rij en de letters die in dezelfde kolom staan veranderen. Veranderen wil zeggen A wordt B en B wordt A.
Door in de matrix S1 (figuur 1) de letter A linksboven te veranderen krijgen we de matrix S2 (figuur 2)

$$S1 = \begin{bmatrix} A & B & A & B \\ B & A & B & A \\ B & A & A & A \\ A & B & B & B \end{bmatrix}$$

figuur 1

$$S2 = \begin{bmatrix} B & A & B & A \\ A & A & B & A \\ A & A & A & A \\ B & B & B & B \end{bmatrix}$$

figuur 2

Doel van het spel is nu door dit soort veranderingen uiteindelijk de onderstaande ABBA-matrix te krijgen (figuur 3). Dit laatste verklaart meteen de naam van het spel.

$$E = \begin{bmatrix} A & B & B & A \\ A & B & B & A \\ A & B & B & A \\ A & B & B & A \end{bmatrix}$$

figuur 3

Het probleem was oorpronkelijk bedoeld om m.b.v. arrays een Pascal-programma te schrijven zodat je het spel interactief met de computer kon spelen. Al snel komen er dan vragen.
– Kun je vanuit iedere matrix in de ABBA matrix komen?
– Kun je van iedere matrix naar een andere willekeurig matrix komen?
– Is er iets te zeggen van het aantal stappen dat je gebruikt om tot de oplossing te komen?
De puzzelaars onder u moeten het nu volgende maar overslaan en zelf een antwoord op bovenstaande vragen zien te vinden.

We formaliseren eerst het een en ander. Voor de letter A gebruiken we het cijfer 0 en voor de letter B het cijfer 1. Dit verandert het spel niet wezenlijk. M is de verzameling van alle 4 bij 4 matrices met alleen nullen en enen. W is de verzameling van alle functies van M naar M die voldoen aan de regels van ons spel. I is de identiteit dus $I(S) = S$ als $S \in M$.

De compositie van afbeeldingen veronderstellen we bekend.

Eigenschap 1: voor twee functies f en g uit W die we na elkaar willen 'uitvoeren' maakt het geen verschil in welke volgorde we ze uitvoeren. Het resultaat is uiteindelijk hetzelfde zoals gemakkelijk is na te gaan.
Formeel opgeschreven: $f \circ g = g \circ f$.

Eigenschap 2: het twee keer na elkaar uitvoeren van dezelfde functie f uit W heeft geen effect omdat $f \circ f = I$, wat eenvoudig is te controleren. Voor $f \circ f = I$ noteren we ook wel $f^2 = I$.

We hebben 16 functies uit W, die we alle mogen gebruiken bij het ABBA-spel. We noemen ze f_{11} t/m f_{44}; f_{ij} is de functie die de getallen in rij i en in kolom j verandert. We gebruiken nog de volgende speciale functies e_{11} t/m e_{44}. De functie e_{ij} verandert in een matrix alleen het getal op plaats (i, j) (zie figuur 4)

$$e_{23}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

figuur 4

Stel nu dat gegeven zijn S, T∈M. Door de corresponderende getallen van de matrices S en T te vergelijken is het duidelijk dat je met maximaal 16 functies e_{ij} T kunt krijgen, uitgaande van S. Je past gewoon e_{ij} toe als de getallen op de plaats (i, j) in S en in T verschillen en anders niet.

Bijvoorbeeld:

$$e_{42} \cdot e_{41} \cdot e_{22} \cdot e_{14}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Als we nu aantonen dat iedere functie e_{ij} te schrijven is als een rij van functies uit W dan hebben we het probleem opgelost, d.w.z. kunnen we van iedere matrix naar een andere komen met behulp van functies f_{ij}.

Dit bekijken we speciaal voor e_{11}. Met de eigenschappen 1 en 2 volgt dat we kunnen volstaan met rijtjes van hoogstens lengte 16, waarin ieder van de functies f_{ij} maximaal één keer voorkomt.
We redeneren nu als volgt. We moeten uitsluitend het getal op plaats (1, 1) wijzigen. Het ligt voor de hand eerst f_{11} te nemen. Nu worden echter ook de getallen op de plaatsen (1,2), (1,3), (1,4) en (2,1), (3,1), 4,1) gewijzigd. Deze ongewenste wijzigingen maken we ongedaan met behulp van f_{12}, f_{13}, f_{14} en f_{21}, f_{31}, f_{41}. De 7 functies tezamen bewerkstelligen, dat het nu uiteindelijk met alle getallen juist goed komt, zoals gemakkelijk na te gaan is. Zo vinden we dus als oplossing:
$e_{11} = f_{11} \circ f_{12} \circ f_{13} \circ f_{14} \circ f_{21} \circ f_{31} \circ f_{41}$

Ter illustratie: zie figuur 5

```
 | 0 0 0 0 |      | 1 0 0 0 |
 | 0 0 0 0 |      | 1 0 0 0 |
 | 0 0 0 0 | ->   | 1 0 0 0 | ->
 | 0 0 0 0 |      | 1 1 1 1 |
     f41              f31

   | 0 0 0 0 |      | 1 0 0 0 |
   | 0 0 0 0 |      | 1 1 1 1 |
-> | 0 1 1 1 | ->   | 1 1 1 1 | ->
   | 0 1 1 1 |      | 1 1 1 1 |
       f21              f14

   | 0 1 1 1 |      | 1 0 0 0 |
   | 1 1 1 0 |      | 1 1 0 0 |
-> | 1 1 1 0 | ->   | 1 1 0 0 | ->
   | 1 1 1 0 |      | 1 1 0 0 |
       f13              f12

   | 0 1 1 1 |      | 1 0 0 0 |
   | 1 0 0 0 |      | 0 0 0 0 |
-> | 1 0 0 0 | ->   | 0 0 0 0 |
   | 1 0 0 0 |      | 0 0 0 0 |
       f11
```

figuur 5

Op dezelfde manier kunnen we ook elke andere functie e_{ij} schrijven als een rijtje functies uit W. Zo vinden we bijvoorbeeld:
$e_{12} = f_{11} \circ f_{12} \circ f_{13} \circ f_{14} \circ f_{22} \circ f_{32} \circ f_{42}$
(In dit rijtje zijn de functies f_{ij} op 'leesvolgorde' geplaatst).

Gaan we nu terug naar ons oorspronkelijke probleem, dan geldt voor de matrices S1 en E dat deze overeenkomen met:

$$S1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$E = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Er geldt: $E = e_{13} \circ e_{14} \circ e_{21} \circ e_{22} \circ e_{31} \circ e_{33} \circ e_{44}$ (S1)
Vervangen van de e_{ij} door de bijbehorende rijtjes van functies f_{ij} en weer gebruikmakend van de eigenschappen 1 en 2, geeft dit als uiteindelijke oplossing:
$E = f_{13} \circ f_{14} \circ f_{21} \circ f_{22} \circ f_{34} \circ f_{41} \circ f_{41} \circ f_{42} \circ f_{43}$ (S1)
Deze oplossing is ook de oplossing met het minste aantal stappen.

Conclusie: In maximaal 16 stappen kun je van een willekeurige matrix $C1 \in M$ naar een matrix $C2 \in M$ komen.

Indien we achteraf nog eens goed kijken hoe we de functies e_{11} t/m e_{44} uitdrukken in de functies f_{11} t/m f_{44}, dan hadden we met een eenvoudige argumentatie vooraf wel kunnen laten zien dat het op deze manier goed moest gaan. Dit betekent dat we nu meteen kunnen aantonen dat het altijd goed gaat bij een n-bij-n matrix als n even is.

Hoe zit het dan als n oneven is?
Voor $n = 3$ is het probleem onoplosbaar. Geldt dit dan algemeen als n oneven is? Hoe zit het bij een m bij n matrix als $m \neq n$? Kortom, nog genoeg stof tot puzzelen!

Werkblad bij 'Het ABBA-spel'

Het ABBA-spel kun je met de computer spelen door het bijgeleverde programma geschreven in de taal PASCAL over te nemen.
Je kunt je beginsituatie opgeven door de matrix-elementen op te geven. (zie figuur 1)

```
┌                                        ┐
| T[1,1]   T[1,2]   T[1,3]   T[1,4] |
| T[2,1]   T[2,2]   T[2,3]   T[2,4] |
| T[3,1]   T[3,2]   T[3,3]   T[3,4] |
| T[4,1]   T[4,2]   T[4,3]   T[4,4] |
└                                        ┘
```

figuur 1

Om de functie f_{ij} uit te voeren hoef je alleen het getal ij te geven. Bijvoorbeeld f_{23} wordt 23 gevolgd door enter.
Van te voren moet je even aangeven hoeveel beurten je wilt gebruiken.

Opdracht 1
Geef als startmatrix S1 van figuur 1. Laat zien dat de gegeven oplossing (zie het artikel) tot de ABBA-matrix leidt.

Opdracht 2
Neem als startmatrix de matrix waarvan alle elementen 'A' zijn. Probeer nu de matrix te krijgen waarvan alle elementen 'B' zijn.

Opdracht 3
Neem als startmatrix de ABBA-matrix. Probeer nu de volgende matrix te krijgen.

```
┌               ┐
| A  A  A  A |
| B  B  B  B |
| B  B  B  B |
| A  A  A  A |
└               ┘
```

Zoals je ziet is dit ook de ABBA-matrix, maar nu een kwartslag gedraaid.

Opdracht 4
Je kunt het ABBA-spel ook met een 2 bij 2 matrix doen. Er zijn dan minder mogelijkheden en je kunt laten zien dat je altijd in 4 beurten klaar bent. Verander het Pascalprogramma zodanig dat je nu het 2 bij 2 ABBA-spel krijgt.

Over de auteur:
Paul Gondrie is docent aan de Hogeschool Midden Brabant in Tilburg (vanaf 1981). Hij geeft les in informatica, wiskunde en statistiek. Daarvoor gaf hij les op het Van der Puttlyceum in Eindhoven (1977-1981). Hij studeerde wiskunde in Nijmegen.

```
PROGRAM ABBA;                {P.Gondrie Best}

TYPE blokje = array[1..4,1..4] of char;
VAR
  t,pogingen,w,i,j:integer;
  kar              :char;
  S                :blokje;

PROCEDURE begin_matrix(var T:blokje);
VAR p,q :integer;
BEGIN
  WRITELN('Van welke matrix T gaan we uit?');
  WRITELN('Geef de beginletters :');
  FOR p:=1 TO 4 DO
  BEGIN
    FOR q:=1 TO 4 DO
    BEGIN
      WRITE('  T[',p:1,',',q:1,'] = ');
      READ(T[p,q]);
      IF T[p,q] IN ['a','b'] THEN T[p,q]:=CHR(ORD(T[p,q])-32);
    END;
    WRITELN;
   END;
END;  {einde procedure begin-matrix}

PROCEDURE schrijf_matrix(A:blokje);
VAR k,l : integer;
BEGIN
  FOR k:=1 TO 4 DO
  BEGIN
    FOR l:=1 TO 4 DO WRITE(A[k,l]:4);
    WRITELN;
  END;
  WRITELN;
END;  {einde procedure schrijf-matrix}

PROCEDURE fij(k,l :integer; var T:blokje);
VAR m:integer;
BEGIN
  FOR m:=1 TO 4 DO IF T[m,l]='A' THEN T[m,l]:='B' ELSE T[m,l]:='A';
  FOR m:=1 TO 4 DO if T[k,m]='A' THEN T[k,m]:='B' ELSE T[k,m]:='A';
  IF T[k,l]='A' THEN T[k,l]:='B' ELSE T[k,l]:='A';
END;  {einde procedure fij}

PROCEDURE start(var U:blokje;var aantal:integer);
BEGIN
  begin_matrix(U);
  schrijf_matrix(U);
  WRITE('Hoeveel pogingen wil je wagen : aantal = ');
  READLN(aantal);
  WRITELN('De functie fij voer je in door het getal ij in te typen');
  WRITELN('Bijvoorbeeld : f23 wordt 23 gevolgd door enter');
END;  {einde procedure start}

BEGIN
  start(S,pogingen);
  t:=0;
  WHILE t<pogingen DO
  BEGIN
    REPEAT WRITE('geef de functie f(i,j) : ');
           READLN(w);i:=w DIV 10;j:=w MOD 10;
    UNTIL (i IN [1..4]) AND (j IN [1..4]);
    fij(i,j,S);
    schrijf_matrix(S);
    t:=t+1;
  END;
END.
```

● Werkblad ●

▶ Kwadraten en hogere machten

Het getal 64 is een heel bijzonder getal: het is tegelijk een kwadraat ($64 = 8^2$) en een derde macht ($64 = 4^3$).
Het enige natuurlijke getal kleiner dan 64 met deze eigenschap is 1 ($1^2 = 1^3 = 1$).

a Wat is het eerstvolgende getal na 64 met deze eigenschap?

Het getal 4096 is tegelijk een kwadraat, een derde macht en een vierde macht.

b Vul in: $4096 = ...^2$ $4096 = ...^3$ $4096 = ...^4$
c Wat is het eerstvolgende getal na 4096 dat tegelijk een kwadraat, een derde macht en een vierde macht is?

d Welke bijzondere eigenschap heeft het getal 1024 in dit verband?

vrij naar:
Fun with mathematics, no. 49 (1981)
c/o Mary Stager, Ontario, Canada

• Werkblad •

▶ Omgekeerden

Uit $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ volgt dat $(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2}) = 9 - 8 = 1$
Dus zijn $3 - 2\sqrt{2}$ en $3 + 2\sqrt{2}$ elkaars omgekeerde:
$\frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} = 3 + 2\sqrt{2}$ en $\frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} = 3 - 2\sqrt{2}$
De omgekeerde van $3 + 2\sqrt{2}$ kun je desgewenst als volgt bepalen:
stel deze omgekeerde is $p + q\sqrt{2}$, dan is $(3 + 2\sqrt{2})(p + q\sqrt{2}) = 1$
haakjes weg werken: $3p + 2p\sqrt{2} + 3q\sqrt{2} + 4q = 1$
anders geschreven: $(3p + 4q) + (2p + 3q)\sqrt{2} = 1$
nu moet gelden: $3p + 4q = 1$ en $2p + 3q = 0$
hieruit volgt gemakkelijk dat $p = 3$ en $q = -2$

Ook is een berekening met de **worteltruc** mogelijk:

$$\frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} \cdot \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3 - 2\sqrt{2}} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8} = 3 - 2\sqrt{2}$$

a Vind de omgekeerden van $5 + 2\sqrt{6}$, $7 - 4\sqrt{3}$, $5\sqrt{2} + 7$ en $6 - 4\sqrt{2}$.

b Zoek meer gevallen waarin $p - q\sqrt{2}$ en $p + q\sqrt{2}$ elkaars omgekeerden zijn (zoek dus geschikte waarden voor p en q).

● Bijdrage ● ● ● ●

▶ Wiskunde ≈ Taal

Hedde Bolt

Steeds vaker hoor en lees ik dat natuurkundigen niet zo best te spreken zijn over de wijze waarop hun wiskundecollega's de wiskunde bedrijven. Economen hoor je er minder over.
Directe aanleiding tot mijn bijdrage is het artikel 'Een standbeeld voor Leibniz' van J. van de Craats in het decembernummer 1988 van Euclides. Ik hoop ermee m'n wiskundecollega's op te warmen voor een reactie.

In een Werkgroep Differentiaalvergelijkingen van de NVvW, waar de discussie over differentialen weer oplaaide, was Van de Craats 'vurig pleitbezorger van het gebruik van differentialen in het onderwijs'. Gelukkig maar, vind ik. De uitdrukking

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = 120 \qquad (1)$$

is inderdaad lang niet zo eenvoudig als

$$\mathrm{d}s = 120\,\mathrm{d}t \qquad (2)$$

Van de Craats zegt: 'Per definitie betekent (2) niets anders dan (1); het is alleen een veel eenvoudiger notatie. De symbolen "ds" en "dt" zijn nu gekoppelde symbolen geworden. We noemen ze *differentialen.*'
Verderop in het pleidooi staat: '*Didactisch* en *begripsmatig* heeft (2) het voordeel onmiddellijk aan te sluiten bij de realiteit die in wiskundige termen is gemodelleerd'.

Ik wil de uitvoerige exegese in het pleidooi en de opvattingen van Van de Craats geenszins bestrijden om de eenvoudige reden dat ik het er mee eens ben. De eenvoudiger schrijfwijze is niet een zaak van gemakzucht maar van didactiek, de didactiek van ons onderwijs.
Wel wil ik nadrukkelijk de vraag stellen om welk onderwijs het hier gaat. Vanuit mijn denken en handelen als schoolmeester die wiskunde geeft denk ik aan de didactiek van het *wiskundeonderwijs*. In dat onderwijs zijn er momenten waarop je met de kleine toenames en met limieten werkt en er komen daarna (nogmaals: gelukkig) momenten waarop je de limiet bent gepasseerd. Het werken met uitdrukkingen als (2) is dan voor de leerlingen en voor mij een verademing. Maar zodra blijkt dat het een onbegrepen truukje is geworden stappen we even terug naar de vraag hoe het zo gekomen is. Taal dus.
Het degelijke pleidooi van Van de Craats moet voor de Hawex-commissie voldoende aanleiding zijn om het verbod van $f'(x)$ voor havo-A op te heffen, denk ik dan. Uitgerekend de zwakste leerlingen (neem ik aan) die verplicht (neem ik aan) wiskunde leren, mogen niet genieten van de verademing na de limietovergang. Zij mogen niet delen in het voordeel dat $f'(x)$ biedt als aansluiting bij de realiteit. Vreemd.

Voor het tweede taalaspect is de volgende passage uit het artikel 'Een standbeeld voor Leibniz' van belang:
'Er gaapt een diepe kloof tussen de wiskunde op school en de natuurkunde op school. In de natuurkundeles kunnen leerlingen een vergelijking niet oplossen als de onbekende niet x heet. Trouwens, sommige wiskundeleraren hebben het niet over het oplossen van een vergelijking, maar over het "bepalen van de oplossingsverzameling", liefst nog afgekort met o.v. En als er geen accolades om staan rekenen ze het fout'.
Er zijn lessen waarin men wiskunde leert (het wiskundeonderwijs dus) en er zijn lessen waar men natuurkunde (economie, scheikunde en ook wel handvaardigheid) leert en daarbij gebruik maakt van wiskunde. En wie wiskunde wil gebruiken in zo'n ander vak zal zo verstandig zijn om zich af te vragen hoe het in het wiskundelokaal toegaat.

Daar kan men gewoon naar informeren.
De geïnteresseerde collega zal dan bijvoorbeeld ontdekken dat 'het oplossen van een vergelijking' per definitie hetzelfde is als 'het bepalen van de oplossingsverzameling'. En dat lange woord oplossingsverzameling vraagt om een afkorting waarvoor een slimmerik o.v. bedacht. Een heel slechte afkorting is S. De leerling kent al de S van snijpunt en de S_m van Spiegelen in lijn m. Toch is er een veelgebruikte wiskundemethode die maar niet genoeg kan krijgen van S als oplossingsverzameling. De geïnteresseerde collega zal ook ontdekken dat er verzamelingen zijn die met accolades geschreven worden maar ook dat vaak het gebruik van accolades fout is. Accolades betekenen namelijk iets.
Taal dus.

Ik concludeer dat de diepe kloof die er gaapt, niet meer maar ook niet minder is dan 'taal'. Eén van de middelen om leerlingen mee te krijgen naar wiskunde-in-het-pakket is: super-duidelijk zijn, zowel schriftelijk als mondeling. Ik schat dat naast de tien procent rekenkunst en vijftig procent mentaliteit de rest van de schoolwiskunde bestaat uit *taal.*

Onze wiskundeboeken dragen weinig bij tot goed gebruik van wiskunde-taal. Daarvoor bevatten ze veel te veel tekst. Omdat de auteur probeert alles gedetailleerd uit te leggen (hetgeen de leerling moet proberen te lezen) komt de docent er nauwelijks meer aan te pas.
Voorlopers van modern tot zeer modern wiskundeonderwijs veronderstelden dat de leerling zelfstandig het boek zou kunnen doorwerken. De simultaan-docerende schoolmeester schuifelt tussen de dertig doodstil werkende of in kleine groepjes fluisterende leerlingen door en helpt hier en daar een handje. Een droom. In werkelijkheid probeert de leerling, laten we 't hopen, de veelheid van geschreven symboliek om te zetten in geluid. Voor veel docenten en examinatoren echter is het lezen ervan een kwelling.

Onvoldoende kennis van de Nederlandse taal hoeft op zichzelf niet zo erg te zijn, als het maar blijft bij de taal zelf. Het wordt een ramp zodra de leerling iets met die taal moet *doen*, bijvoorbeeld een opgave lezen. Maar ook voor het produceren van een correcte *uitwerking* is die taal nodig. De uitwerking van een opgave wordt door de leerling zwart op wit aangeboden aan de docent ter beoordeling, of later aan de examinator. Dat is niet niks. Toch mag je in veel gevallen raden naar de bedoeling van de leerling. De logica in de vorm van verbindingen als *dus, hieruit volgt, is gelijkwaardig met* en zelfs *is gelijk aan* wordt domweg achterwege gelaten.
Een voorbeeld hiervan lees ik in het onderhavige artikel in Euclides. Als een modern gedicht zijn, heel correct, onder elkaar vier betrekkingen vermeld:

$$\mathrm{d}(x^n) = n\,x^{n-1}\mathrm{d}x$$
$$\mathrm{d}(\sin x) = \cos x\,\mathrm{d}x$$
$$\mathrm{d}(\mathrm{e}^x) = \mathrm{e}^x\mathrm{d}x$$
$$\mathrm{d}(\ln x) = \frac{1}{x}\,\mathrm{d}x$$

Inderdaad is er tussen deze betrekkingen geen onderling verband. Er wordt viermaal gezegd hoe eenvoudig je iets kunt noteren. Iets verderop gebeurt bijna hetzelfde:

$$\frac{1}{p}\,\mathrm{d}p = \alpha\,\mathrm{d}t$$
$$\mathrm{d}(\ln p) = \mathrm{d}(\alpha\,t)$$
$$\ln p = \alpha\,t + \beta$$
$$p = \mathrm{e}^{\alpha t + \beta}$$

Hier ontbreekt veel, onder meer de wiskunde.
De regels van het laatste gedicht zijn *open beweringen* en die staan nooit op zichzelf. Open beweringen zijn logisch gekoppeld, net als de onderdelen van een zin in de Nederlandse taal, gewoon achter elkaar doorgeschreven tot de regel vol is en pas daarna op de nieuwe regel verder gaan. Dan wordt vanzelf duidelijk dat het niet zonder 'leestekens' kàn. Dan ook wordt wellicht het verhaal leesbaar en begrijpelijk.
Het zal de natuurkundige, neem ik aan, weinig interesseren hoe men noteert als men maar het goede antwoord krijgt. In het wiskundeonderwijs gaat het om de weg naar dat antwoord. Een gapende kloof dus.
In onze wiskundeboeken wordt zelden aan de leerling uitgelegd op welke wijze men een uitwerking genoteerd wenst te zien. Doorgaans gebeurt het tegenovergestelde: '*Voor de duidelijkheid schrijven we de uitwerking onder elkaar*' en voor het gemak



(en wellicht ook om de kosten te drukken) worden meteen ook maar de logische symbolen achterwege gelaten. Het door mij hiervoor aangehaalde 'gedicht' beschouw ik dan ook als een logisch gevolg van slechte voorlichting. Het witte gat naast het gedicht wordt op examenpapier vaak gebruikt als kladhoek. De uitgever van ons wiskundeboek heeft een andere oplossing: een lollige cartoon of een wervend stripverhaal. Kassa!

In een wiskundeboek voor de tweede klas lees ik hoe de hoofdletter A wordt gebruikt als puntaanduiding maar ook, op dezelfde bladzijde, als functieaanduiding. Leuk, het kan. Maar dit boek heeft de onhebbelijkheid om in het algemeen een punt als functie te noteren. De leerling leest dus A(2,3) en A(3) in plaats van A = (2,3) naast A(3). Een andere schijnbare kleinigheid is het tweetal vaak naast elkaar optredende opdrachten: 'Kleur AB' en 'Bereken AB'. Natuurlijk mag je van de leerling verwachten dat die weet of op z'n minst aanvoelt dat AB een getal is of in het andere geval juist niet. Maar toch: een woordje méér erbij moet kunnen. Dan maar een cartoon minder.
De lezer kan het rijtje van kleine onhebbelijkheden gemakkelijk aanvullen. Wie goed naar de problemen van zijn leerlingen luistert leert veel.

Tenslotte wil ik een opmerking maken over het gevaar dat iedere slechtlezende maar uiterst correcte, keurig schrijvende hardwerkende leerling bedreigt, namelijk het antwoord geven op de vraag die niet gesteld is.
Als voorbeeld hiervan neem ik een passage uit 'Een standbeeld voor Leibniz':
'Neem als voorbeeld de simpele differentiaalvergelijking

$$x\mathrm{d}x = y\mathrm{d}y \qquad (3)$$

De oplossingskrommen zijn de hyperbolen

$$x^2 = y^2 + C \qquad (4)$$

Tegenstanders van differentialen schrijven (3) in de vorm

$$x = y\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} \qquad (5)$$

en als oplossing geven ze de functie

$$x \to y = \pm\sqrt{x^2 - C}\text{'} \qquad (6)$$

Tot zover de passage.
Naar mijn stellige overtuiging gaat het er helemaal niet om waar je voorstander of tegenstander van bent. Zeker, de vorm (3) is mooi, symmetrisch van bouw. En de formule (4) geeft op overzichtelijke wijze x en y weer. Waar het mij om gaat is de vraag naar wat er precies *gegeven* is. Was het (3) of was het (5)? We leren onze leerlingen dat die uitdrukkingen niet gelijkwaardig zijn, althans je zult er even heel erg goed naar moeten gaan kijken. Waar het mij ook om gaat is de vraag naar wat er precies *gevraagd* wordt. Worden er functies gevraagd? Of vergelijkingen?

Heel speciaal met behulp van taal kun je elkaar vertellen hoe het precies zit: wat je wenst en wat je bedoelt. De zwakke leerling gaat doorgaans niet kapot aan het rekenen, maar juist aan de tegenstrijdigheden in de grijze massa van boekentekst en klankenbrij, de lollige cartoons ten spijt.

Reactie door J. van de Craats

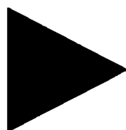
Wat 'open beweringen' zijn, weet ik niet. Wat ik wel weet, is dat het in de toepassingen van de wiskunde meestal gaat om meetbare grootheden die met elkaar in verband staan. Doel is dan om dat verband zo expliciet mogelijk te maken, bijvoorbeeld in de vorm van een formule, zodat je op grond daarvan handelingen kunt verrichten of voorspellingen kunt doen. Wiskunde kan helpen om zo'n expliciet verband te vinden. In een model introduceer je daartoe variabelen die de grootheden representeren. Wat je over de grootheden weet, probeer je te vertalen in relaties tussen die variabelen. Dat leidt soms tot een *differentiaalvergelijking*, met name als je iets weet over het verband tussen de grootheden zelf en kleine veranderingen ervan. Met wiskundige technieken kun je vervolgens proberen daaruit het verband in een meer expliciete vorm, d.w.z. zonder

afgeleiden of differentialen, af te leiden. Dat heet het *oplossen* van de differentiaalvergelijking. Meestal is zo'n expliciete vorm veel bruikbaarder dan de oorspronkelijke differentiaalvergelijking, en daarom proberen we de leerlingen de techniek van het oplossen van bepaalde differentiaalvergelijkingen ook bij te brengen.
Dit beantwoordt de vragen uit het slotgedeelte van de brief van de heer Bolt. Daar is een verband tussen twee variabelen x en y gegeven in de vorm van een differentiaalvergelijking. Gevraagd wordt om dat verband explicieter te maken, d.w.z. zonder afgeleiden of differentialen te schrijven. Het dwangmatig willen werken met *functies* leidt, zoals ik beargumenteerd heb, tot gekunstelde schijnproblemen. En degenen die dat niet geloven, moeten maar eens proberen de oplossingen van de differentiaalvergelijking

$$\ln y \, dy = \ln x \, dx$$

als functies te schrijven.
De door de heer Bolt zo bloemrijk als 'gedicht' getypeerde vier regels met formules geven in wiskundige telegramstijl het oplossen weer van een simpele differentiaalvergelijking. De redenering die er achter zit, kan naar behoefte aangevuld en uitgewerkt worden; lezers van Euclides hebben daar hopelijk geen moeite mee.
Waar ik moeite mee heb, is de voorstelling als zou de schoolwiskunde bestaan uit 10% rekenkunst, 50% mentaliteit en 40% taal. Wiskunde op school moet volgens mij grotendeels bestaan uit het aanleren van wiskundige technieken. Helder en precies taalgebruik is daarbij alleen maar een hulpmiddel.

Maar over mentaliteit gesproken, de mentaliteit om te veronderstellen dat de gebruiker zich maar aan ons eigenaardige jargon moet aanpassen als hij zo nodig wiskunde wil gebruiken, lijkt me op zijn zachtst gezegd onverstandig. Een enigszins 'klantvriendelijke' houding is tegenwoordig geen overbodige luxe.



Mededeling

Derde VALO W/I-conferentie

Op donderdag 15 en vrijdag 16 maart 1990 organiseert de VALO Wiskunde/Informatica in samenwerking met het OWI-project (Wiskunde in het IBO) en project Wiskunde 12-16 een conferentie over het wiskundeonderwijs in LBO, MAVO en onderbouw VWO.
Deze conferentie vindt plaats in het EurOase-hotel te Beekbergen. Door het OWI-projectteam en het Wiskunde 12-16 team zijn inmiddels voorbeeldmaterialen voor ons toekomstig wiskundeonderwijs ontwikkeld. Daarnaast zijn er eindtermen gereedgekomen voor het wiskundeonderwijs in de basisvorming. Ook worden er voorstellen ontwikkeld voor de afsluiting van het wiskundeonderwijs op LBO- en MAVO-niveau.
Tijdens deze conferentie willen we de deelnemers confronteren met een deel van de ontwikkelde materialen en de daarbij behorende visie(s) op het toekomstig wiskundeonderwijs aan 12 tot 16-jarige leerlingen onder het motto:
'WISKUNDE IS LEUK, SPANNEND EN NUTTIG.'

Vanuit eigen ervaring en deskundigheid dienen de deelnemers een bijdrage te leveren aan de gepresenteerde materialen en visie(s) op wiskundeonderwijs. De vraag daarbij is of de ontwikkelde materialen in de praktische onderwijssituatie zinvol, haalbaar en uitvoerbaar zijn. In deze conferentie zal de nadruk liggen op de wiskunde in de 'onderstroom', d.w.z. het wiskundeonderwijs aan leerlingen in het individueel beroepsonderwijs, het lager beroepsonderwijs en MAVO.

Voor deze derde VALO-conferentie zijn ca. 80 plaatsen beschikbaar voor reken- en wiskundedocenten uit ITO, IHNO, LTO, LHNO, MAVO en MAVO/HAVO/VWO. Er wordt naar gestreefd om docenten uit al deze onderwijssoorten aan de conferentie te laten deelnemen. Indien er méér aanmeldingen zijn dan beschikbare plaatsen zal gekozen worden waarbij aan docenten uit de 'onderstroom' i.c. IBO, LBO en MAVO zoveel mogelijk de voorkeur wordt gegeven.
Aanmelding is slechts mogelijk voor de gehele conferentie.

Aan deelname zijn, behalve reisgeld, geen verdere kosten verbonden. Wel zal de deelnemers tijdens de conferentie een 'huiswerkopdracht' worden meegegeven.

Een aanmeldingsformulier voor de conferentie kan aangevraagd worden bij: mw. Hermien Hesselink, VALO W/I, Antwoordnummer 2041 (portvrij), 7500 VB Enschede – tel. 053-84 04 23.

Huub Jansen,
Secretaris VALO Wiskunde/Informatica.

● Serie ● ● ● ● ●

'De zakrekenmachine'

▶ Onderzoekend bezig zijn met de Z.R.M.

Harrie Broekman

In het studieboek 'De taal van de zakrekenmachine'[1] worden de volgende vier aspecten bij het didactisch gebruik van de zakrekenmachine onderscheiden:
1 de zakrekenmachine als *vlotte, foutloze rekenaar;*
2 de zakrekenmachine als *controlemiddel* van bepaalde *rekenprocedures;*
3 de zakrekenmachine als *middel* tot *ontdekking* van *reken-wiskundige relaties;*
4 de zakrekenmachine als *spelletjesbron.*

In dit artikel wil ik mij beperken tot het aangeven van voorbeelden van de aspecten 3) en 4). De voorbeelden zijn uitgeprobeerd met leerlingen in de leeftijdscategorie 10-15 jaar. Hierbij blijkt dat de vragen 'hoe zit dat eigenlijk?', 'kan het ook anders?' resp. 'is er een betere manier om dit spel te spelen?' als vanzelf bij vrijwel alle leerlingen naar voren komen. Met name het proberen om daardoor patronen of iets dergelijks te ontdekken, het op grond van de resultaten opstellen van hypothesen en het vervolgens uitproberen van de hypothesen komt hierbij veelvuldig aan bod. De meest opvallende vraag uit veel reken-wiskunde lessen 'hoe moet dat?' blijft veelal achterwege. Alhoewel..... het zelf aanpakken van de vraag 'hoe zit dat?' kost beslist nogal wat moeite.

Verschillende machines[2]



4 × 5 is 5 × 4

Het onderzoek naar verschillen tussen met name eenvoudige rekenmachines kan heel goed starten met de opgave $4 \times 5 - 4 \times 5 =$ .....
Alle leerlingen geven als antwoord 'nul', maar de machines geven soms '80'.
– Hoe zit dat eigenlijk?
– En wat is er aan de hand met Elize (of haar machine) als zij als uitkomst geen nul of tachtig, maar zestig krijgt?

Worteltrekken[3]

Wat gebeurt er als je steeds weer de worteltoets indrukt? Met welk positief getal, ongelijk nul, je ook begint, het resultaat is telkens weer 1.

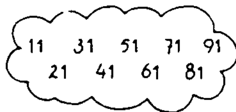
Voorbeelden, waarbij $(\sqrt{})^{10}$ betekent: 10 keer indrukken $\sqrt{}$-toets.

$(\sqrt{})^{10}(3)$	= 1.0010734	en	$(\sqrt{})^{10}(2)$	= 1.0006771
$(\sqrt{})^{11}$	1.0005366		$(\sqrt{})^{11}$	1.0003385
$(\sqrt{})^{12}$	1.0002683		$(\sqrt{})^{12}$	1.0001692
$(\sqrt{})^{13}$	1.0001341		$(\sqrt{})^{13}$	1.0000846
$(\sqrt{})^{14}$	1.0000670		$(\sqrt{})^{14}$	1.0000423

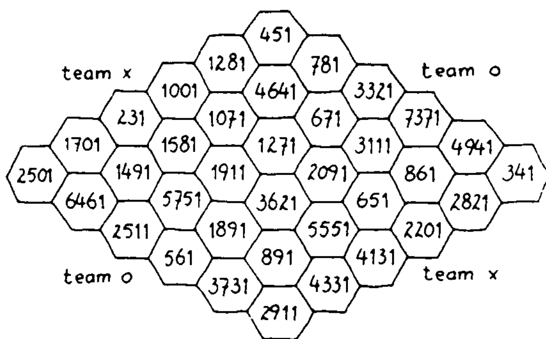
Er is echter meer aan de hand: als je alleen naar de laatste vier cijfers kijkt valt het op dat telkens de helft genomen wordt (halven gooien we weg).
– Is dat altijd zo?
– Hoe zit dat eigenlijk?

Overlopen

Dit spel is een oefenspel voor twee kinderen of twee teams. Bij dit spel gaat het vooral om het leren schatten, hier het schatten van vermenigvuldigen.



Het rekenspel wordt gespeeld op een speelveld met getallen.



Het is de bedoeling dat een partij het speelveld tracht over te steken door een aaneengesloten ketting van hokjes te bemachtigen. De andere partij probeert dit te voorkomen door zelf een ketting van aaneengesloten hokjes te vormen. Het spel gaat als volgt:
Eén partij zet kruisjes, de andere rondjes. Kies twee getallen uit de wolk en vermenigvuldig ze met de Z.R.M. Het hokje met dit getal wordt aangekruist of van een rondje voorzien. Dan is de andere partij aan de beurt. Als een hokje al bezet is, heb je pech gehad, je mag niet nog een keer.
– Is er een manier om dit spel te spelen waardoor ik een grotere kans maak om te winnen?

Beginnen is eindigen

Op veel machines is het mogelijk om series bewerkingen uit te voeren met het begingetal zó dat het eindgetal hieraan gelijk is.

Bijvoorbeeld: [2] × 4 + 9 × 6 + 8 : 10 – 3 : 4 = [2]

– Als een machine [2] als uitkomst geeft hoe kun je dan door haakjes te gebruiken (als ze op die machine zitten) of het gebruik van de [=] toets toch de bedoelde uitkomst krijgen? Kan het ook met de geheugentoetsen?
– Werkt dit ook bij andere begin-getallen?
– Hoe zit dat?
– Zijn er ook van dit soort reeksen te maken waarin gebruik gemaakt wordt van de [$\sqrt{\ }$], [x^2], [sin], etc., of [$\frac{1}{x}$]-toets?

Breuk verwaarlozen

De twee getallen 64 en 43 zijn via halveren en verdubbelen te vermenigvuldigen: we maken de volgende kolommen (uit het hoofd!?)

68	43
34	86
17	172
8	344
4	688
2	1376
1	2752

De linkerkolom is ontstaan door het getal steeds door 2 te delen. De breuken worden hierbij verwaarloosd. Als laatste getal krijg je telkens 1.
De rechterkolom is ontstaan door steeds met 2 te vermenigvuldigen.
Nu streep je alle even getallen weg in de linkerkolom en tevens het corresponderende getal, dus het getal op dezelfde lijn in de rechterkolom (in dit geval dus alle getallen uitgezonderd 17 en 172, en 1 en 2752). Tel de getallen die zijn overgebleven in de rechterkolom op (172 + 2752) en je hebt je antwoord op de vermenigvuldiging: 68 × 43 = 2924.
– Klopt de uitkomst? (Controle met machientje mag.)
– Werkt dit bij elk tweetal getallen?
– Is die halvering (met breukverwaarlozing) ook mogelijk met de Z.R.M.?

Elkaar helpen raden

Dit spel is bedoeld om vaardigheid in het schatten aan te leren en/of te vergroten. Het effect van de diverse bewerkingen speelt hierbij een grote rol.



De ene speler wordt bij het raden geholpen door de ander, maar ieder werkt wel op zijn/haar eigen machientje.
Speler A kiest een getal van drie cijfers, schrijft dit op, maar laat het niet aan speler B zien.
Speler B kiest een getal van één cijfer en speler A een bewerking (+, −, × of :). Speler A probeert B te leiden naar het door hem/haar opgeschreven getal, maar mag alleen bewerkingen aangeven.
Beide spelers toetsen door B genoemde getallen in op hun rekenmachine, evenals de door A genoemde bewerkingen.
Zodra de rekenmachine het door A opgeschreven getal aangeeft, moet hij/zij zeggen dat het getal geraden is. De twee spelers verwisselen na elk spel van rol.
Voorbeeld: A schrijft het getal 764 op.

B kiest het getal	A kiest de bewerking	in het venster komt
6	×	6
9		9
	×	54
7		7
	×	378
2		2
	+	756
9		9
	−	765
3		3
	+	762
2		2
	=	764

– Kan de 'rader' handige getallen kiezen? En de 'helper' handige bewerkingen?
– Werkt het ook met grotere getallen? En met x^2, $\surd$, log, etc.??

Verwijzingen

1 Jan van den Brink, Hans ter Heege, Wim Struik, Wim Sweers, Willem Vermeulen: '*De taal van de rekenmachine*'. Onderwijskundige Brochuren Reeks 319, Zwijsen, Tilburg, 1988.
2 Jan van den Brink: 'Kritiek op het rekenen van een rekenautoriteit'. *Willem Bartjens* 4 (1985), 4, p. 212-215.
3 William Wynne Willson: 'An exploration with a calculator'. *Mathematics Teaching* 84, Sept. 1978, p. 54-55.

Boekbespreking

A. van Rooij: *Fouriertheorie – van reeks tot integraal,* Epsilon Uitgaven, Utrecht, 1988, 140 blz., prijs *f*27,50

Dit boek behandelt de wiskundige achtergronden van de klassieke theorie van de Fourierreeksen en -integralen. Het is een uitgewerkte versie van een syllabus bij colleges die door de auteur en R. A. Kortram aan de K.U. Nijmegen zijn gegeven. Alles wordt vanuit wiskundig standpunt beschreven; de belangrijke toepassingen van de Fouriertheorie in natuurwetenschappen en techniek, met name in de systeemtheorie en de signaalanalyse, komen slechts terloops ter sprake. Aan zaken als Discrete Fourier Transformaties en Fast Fourier Transforms, die voor de moderne toepassingen van eminent belang zijn, wordt in het geheel geen aandacht geschonken. Het is jammer dat veel wiskundestudenten met deze toepassingen op geen enkele wijze kennis maken. Al zouden ze alleen maar eens een HTS-boekje als Fouriertheorie en Systeemtheorie (deel 4 uit de serie Voortgezette Wiskunde van Kaldewaij en Van Tiel (Utrecht 1983)) doorkijken, dan zou een nieuwe wereld voor ze opengaan, en dan zouden ze ook beter gemotiveerd zijn om zich in de wiskundige achtergronden te verdiepen. De auteur stelt overigens zelf in zijn inleiding: (dit boek) '. . . is dan ook niet een handleiding voor het gebruik van de Fouriertransformatie (. . .). De bedoeling was, een algemene inleiding te schrijven die vaste bodem biedt bij verdere gespecialiseerde studie, zowel voor de zuiver wiskundige als ook voor de toepasser.' Het resultaat is een helder geschreven, goed verzorgde uitgave.

J. van de Craats

● Serie ● ● ● ● ●

'Wiskundeonderwijs in Vlaanderen'

▶ Grasduinen in het leerprogramma wiskunde[1]

Benoni Audenaert

In het vierde jaar van het Sint-Romboutscollege te Mechelen werd de invloed van de coëfficiënten op de grafiek van een functie
$f(x) = ax + b (a \neq 0)$
van de eerste graad in één van de vorige lessen besproken.
De leerlingen hebben per week vijf lestijden wiskunde en behoren daardoor tot de 'sterke' richting, wat wiskunde betreft. Nu is het de bedoeling dat de 15 à 16-jarigen de invloed nagaan van de coëfficiënten op de grafiek van een functie
$f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$
van de tweede graad.

In het Sint-Romboutscollege te Mechelen wordt sinds het schooljaar 1980-1981 middelbaar (secundair) onderwijs van het type I (het zogenaamde Vernieuwd Secundair Onderwijs of V.S.O.) georganiseerd. Dat gebeurde overigens in alle Mechelse scholen tegelijk. Leerlingen kunnen naargelang hun interesse en kunde een algemene optie kiezen.
In het eerste leerjaar van het secundair onderwijs is er nog een gemeenschappelijke vorming, die in alle scholen dezelfde is. Daarbij komen er enkele lestijden (in totaal meestal 32 per week), eigen aan het college. In een tweede leerjaar is er een keuze tussen een algemene optie klassieke talen Latijn en een optie mens- en natuur-wetenschappen. In het derde en vierde leerjaar – de tweede graad – kunnen de leerlingen kiezen tussen de algemene opties economische wetenschappen, klassieke talen Grieks, klassieke talen Latijn, moderne talen en wiskunde-wetenschappen. De laatste optie wordt in de derde graad (de laatste twee leerjaren) nog eens opgesplitst in een optie wetenschappen en een optie wiskunde.
In de eerste twee jaren krijgen de leerlingen in het college vier wekelijkse lestijden wiskunde te verwerken. Eén lestijd (een les'uur') duurt vijftig minuten. In de tweede graad zijn er drie of vijf lestijden wiskunde. In de opties wetenschappen en Latijn zijn het er steeds vijf, in de andere opties kan gekozen worden.
In de derde graad is er een keuze tussen twee, vier, zes of acht uur wiskunde. Daar is er een heel gamma van mogelijkheden, in combinatie met andere vakken.

Even terug naar het lesgebeuren. Bij de functies van de eerste graad kregen de leerlingen een idee wat het betekent 'de invloed onderzoeken van de coëfficiënten': één coëfficiënt 'vast' houden, de andere laten variëren en zien wat er met de grafiek van de functie gebeurt.
In Vlaanderen gebeurt de bespreking van de grafiek van een functie van de tweede graad meestal in drie stadia.
Eerst worden functies van de vorm
$f(x) = ax^2 (a \neq 0)$
bekeken. De leerlingen kunnen hierbij zelf reeds de belangrijkste kenmerken van functies van de tweede graad ontdekken.
De volgende stap neemt functies van de vorm
$f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta (a \neq 0)$
onder de loep. De bespreking van dergelijke functies is zeer eenvoudig. De α en de β zorgen er alleen voor dat de overeenkomstige parabool opschuift zodat de bespreking op enkele correcties na dezelfde is als bij de functies $f(x) = ax^2$.
In fase 3 komen dan de functies
$f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$
aan bod. In deze functies zijn we uiteindelijk geïnteresseerd.

In de klas wordt bewezen dat de functies van stadium 2 allemaal functies van de tweede graad zijn

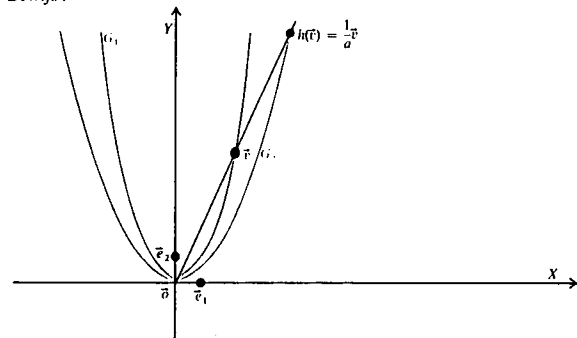
én bovendien dat ze alle functies van de tweede graad omvatten.
De meeste leerboeken wiskunde laten de bespreking van de grafiek hierbij. In de meeste handboeken gebeurt de bespreking vrij strikt en enkele boeken sleuren er zelfs transformaties van het vlak zoals verschuivingen en homothetieën bij, zoals blijkt uit het afgebeelde fragment (figuur 1).

2. De grafiek van de functie $y = ax^2$ is het beeld van de grafiek van $y = x^2$ onder de homothetie h met centrum $\vec{o}(0,0)$ en verhouding $\rho(h) = \frac{1}{a}$.

Zij G_1 de grafiek van $\{(x, x^2); x \in \mathbb{R}\}$
en G_2 de grafiek van $\{(x', ax'^2); x' \in \mathbb{R}\}$.

We bewijzen nu $hG_1 = G_2$.

Bewijs:



Voor een willekeurig punt $\vec{v}(x, x^2)$ van G_1 geldt:

$$\vec{v} = x\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2$$

Nu is $h(\vec{v}) = \frac{1}{a}\vec{v} = \frac{1}{a}(x\vec{e}_1 + x^2\vec{e}_2) = \frac{x}{a}\vec{e}_1 + \frac{x^2}{a}\vec{e}_2$

hG_1 is dus de grafiek van $\left\{\left(\frac{x}{a}, \frac{x^2}{a}\right); x \in \mathbb{R}\right\}$

Stellen we $\frac{x}{a} = x'$ dan $x' \in \mathbb{R}$ en $x = ax' \Rightarrow x^2 = a^2x'^2 \Rightarrow \frac{x^2}{a} = ax'^2$
hG_1 is dus de grafiek van $\{(x', ax'^2); x' \in \mathbb{R}\}$.
Bijgevolg: $hG_1 = G_2$.

Figuur 1

De meeste Vlaamse handboeken zijn m.i. te theoretisch en te weinig gericht op praktische 'uit het leven gegrepen' situaties.

In het leerprogramma van de vijf uur wiskunde in het vierde jaar komen een viertal hoofdpunten aan bod. In de driehoeksmeetkunde *worden via de goniometrische cirkel de goniometrische getallen gedefinieerd en wordt er gerekend in driehoeken. De* meetkunde *bestudeert de afstand tussen twee punten, de cirkel, de loodrechte stand en de afstand tussen een punt en een rechte. Daarbij komt het analytisch werken op de voorgrond. In het deel* reële functies *komen constante functies en functies van de eerste en de tweede graad uitvoerig aan bod. Bij de andere veeltermfuncties gaat het vooral om het aanleren van rekenvaardigheden. De* getallenleer *tenslotte behandelt het rekenen met machtswortels en machten waarbij de exponenten rationale getallen zijn.*
Naast het rekentechnische aspect, dat de leerlingen eigenlijk reeds kennen van de gehele exponenten, lijkt het me hier van belang de leerlingen te wijzen op de moeilijkheid van de formulering van goede definities. Het exponentbegrip is immers niet zomaar zonder problemen te verruimen van gehele tot rationale exponenten...
Een onderdeel van de getaltheorie dat nog maar vrij recent zijn intrede heeft gedaan in de vijfurencursus is de rekenkunde. Aan bod komen de deelbaarheid in $\mathbb{Z}$, priemgetallen, stellingen en eigenschappen over de Euclidische deling, het ontbinden van getallen in priemfactoren, grootste gemene deler en kleinste gemeen veelvoud.
Dit onderdeel van het leerprogramma wordt door nogal wat collega's met enig wantrouwen bekeken. Het lijkt tamelijk 'los' te staan van de rest. Maar precies daardoor is het interessant: het levert interessante aspecten van het wiskundig denken zelf zoals het begrijpen van bewijzen, het zelf opstellen van bewijzen, verschillende manieren bekijken om bewijzen aan te pakken enz.
Het leerprogramma van de 'zwakkere' drie-urenrichting wiskunde is aan het bovenstaande programma identiek, maar dan zonder de meetkunde en de rekenkunde.

De leerlingen hebben nu een idee van de aard en de kenmerken van de grafiek van een functie van de tweede graad.
Wat er gebeurt met de grafiek van dergelijke functies als de verschillende coëfficiënten variëren is een mooi onderwerp voor zelfonderzoek door de leerlingen.

In een drietal huistaken (de opdracht wordt wegens de lengte gespreid) laat ik de invloed van de coëfficiënten op de grafiek nagaan. In een eerste taak worden twee relatief eenvoudige gevallen nagegaan. Voor de invloed van de coëfficiënt c is het voldoende door de leerlingen een drietal parabolen te laten maken, bijvoorbeeld de grafieken van de functies

$f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + c$

waarbij c achtereenvolgens de waarden 4, 0 en -4 aanneemt. Het is niet aangewezen in dit geval de leerlingen zelf de functies te laten kiezen.

De invloed van de coëfficiënt a kan in eerste instantie worden nagegaan als $b = 0$, bijvoorbeeld bij de functies

$f(x) = ax^2 + 2$

waarbij a bijvoorbeeld respectievelijk de waarden $2, 1, \frac{1}{2}, -2, -1$ en $-\frac{1}{2}$ krijgt.

De meest interessante figuren worden in taak nummer 2 en 3 verkregen. Voor de invloed van de coëfficiënt a moeten de leerlingen bijvoorbeeld de functies

$f(x) = ax^2 - 2x + 2$

en

$f(x) = ax^2 + 2x + 2$

bekijken, waarbij $a = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 4, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{2}, \;-1$ en -4.

Ze ontdekken dan vanzelf dat de toppen van de parabolen allen op één rechte liggen. De twee reeksen functies laten zien dat dit op een stijgende of een dalende rechte kan gebeuren.

Bij het tekenen van de reeksen

$f(x) = -x^2 + bx - 2$

en

$f(x) = x^2 + bx + 2$

tenslotte, met $b = 2, 4, 6, -2, -4, -6$, gaan de leerlingen de invloed van de coëfficiënt b op de grafiek na. Ze ontdekken dan dat de toppen van de parabolen zelf op een parabool liggen.

Bij de nabespreking in de klas wordt er nog eens op allerlei verschillende kenmerken van de grafiek van een functie van de tweede graad gewezen: opening van de parabool, holle zijde naar boven of naar beneden enz...

Ondanks het vele werk maken de meeste studenten de taak met veel interesse. Dat ze door zelfonderzoek toch spectaculaire resultaten bereiken zit daar ongetwijfeld voor iets tussen.

In België bestaan er verschillende methoden om de leerlingen in de loop van een schooljaar op hun kennis van de leerstof te evalueren.

We noemden hierboven in dit verband reeds de huistaak. Een huistaak wordt in de les door de leerkracht opgegeven. De aantallen worden door algemene richtlijnen bepaald. Zo moeten er voor wiskunde in het vierde jaar per schooljaar minstens tien huistaken zijn en in de optie wiskunde-wetenschappen zelfs vijftien. Vanuit de klasseraad – dat zijn alle leraars die in een bepaalde klas komen – kunnen nog extra aantallen worden opgelegd. In het college komt dat er op neer dat alle leerlingen die vijf uur wiskunde volgen minstens vijftien huistaken per schooljaar moeten krijgen.

Nogal wat leerlingen schrijven van een mede-student een opgegeven taak gewoon over zodat huistaken als evaluatie van de kennis van de leerstof niet altijd even betrouwbaar zijn. Sommige leerkrachten tellen de huistaak dan ook niet of nauwelijks mee in het eindcijfer voor de leerlingen.

Persoonlijk zie ik de huistaak vooral als een goed hulpmiddel om geziene leerstof in te oefenen. Het is aan de verantwoordelijkheidszin van de student om dat al dan niet op een zinvolle wijze te doen. Het is de bedoeling dat huistaken na verbetering door de leraar in de klas worden besproken en/of door de leerlingen worden naverbeterd.

Een tweede evaluatiemethode is de overhoring of formatieve toets. Daar is het de bedoeling dat de leerling zijn kennis van een relatief klein deel van de leerstof (meestal de vorige les of een afgewerkt hoofdstuk) demonstreert. Het geheel van de formatieve toetsen, die door de leraar worden opgesteld, telt in het eindcijfer van de leerling voor 25% mee.

Ook de summatieve toetsen (examens) worden door de vakleerkracht opgesteld. Deze behandelen een groter deel van de leerstof en worden tussen de twee en de vijf keer per jaar georganiseerd. Dat hangt af van school tot school. De summatieve toetsen tellen voor 75% in het eindcijfer mee.

Persoonlijk ervaar ik het leerprogramma vijf uur wiskunde in het vierde jaar van het secundair onderwijs als een enorm rijk stuk wiskunde. Misschien is het programma wel wat té overladen en kan er niet altijd voldoende tijd worden vrijgemaakt om elk aspect ervan voldoende uit te diepen.

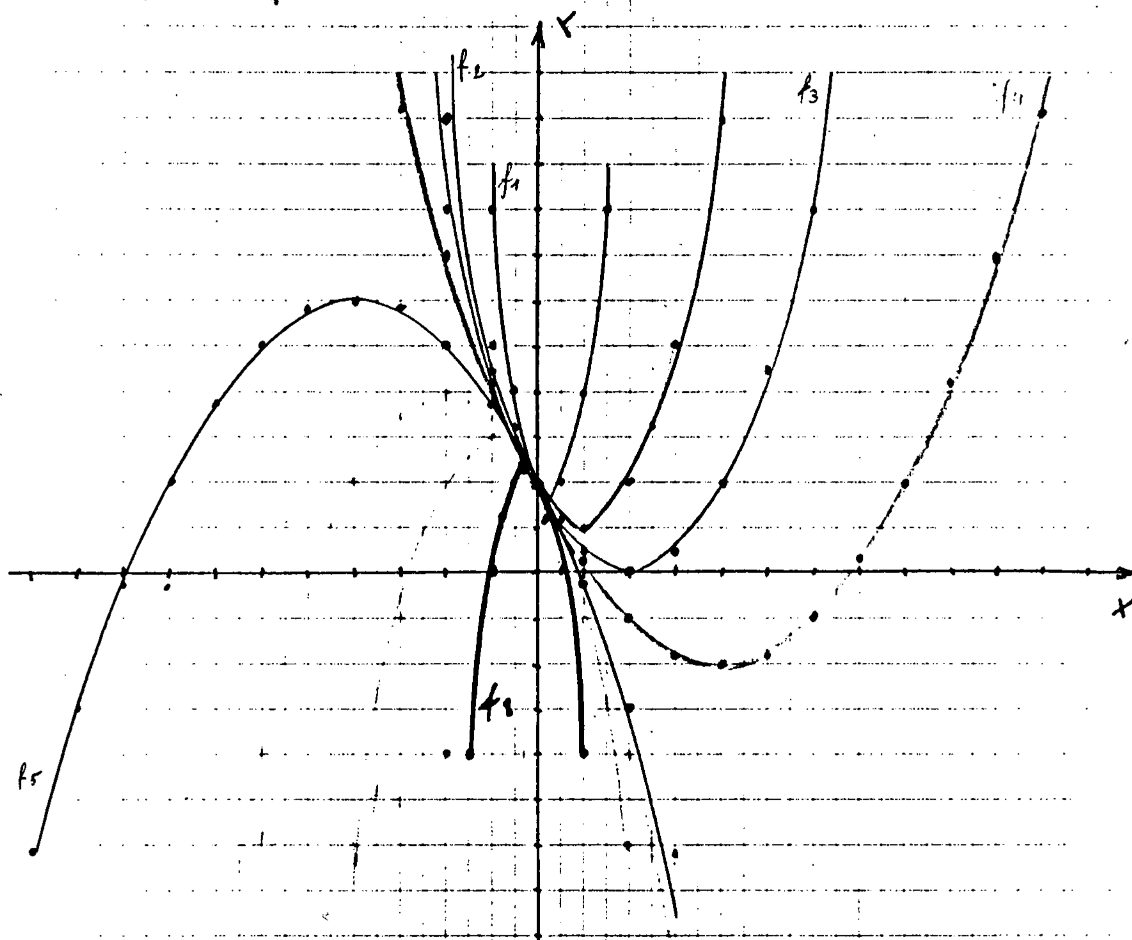
Ward Spruyt 4DD nr. 14 16/5/1989 Wiskunde HT

$b<0$: $f_1(x) = 4x^2-2x+2$ $f_5(x) = -\frac{1}{4}x^2-2x+2$

$f_2(x) = 1x^2-2x+2$ $f_6(x) = -\frac{1}{2}x^2-2x+2$

$f_3(x) = \frac{1}{2}x^2-2x+2$ $f_7(x) = -1x^2-2x+2$

$f_4(x) = \frac{1}{4}x^2-2x+2$ $f_8(x) = -4x^2-2x+2$



Maar samen met het over het algemeen vrij aandachtige 'publiek' in de klas, blijft het één van mijn favoriete stukjes wiskunde!

Noot

1 In het leerprogramma wiskunde met vijf wekelijkse lestijden in het vierde leerjaar van het secundair onderwijs.

● Recreatie ● ● ● ●

Nieuwe opgaven met oplossingen en correspondentie over deze rubriek aan Jan de Geus, Valkenboslaan 262-A, 2563 EB Den Haag.

▶ Opgave 615

Fanaadsels zijn wiskundige puzzels van de spellenvereniging Fanaat. (Eigenlijk fanaat-raadsels). Driemaal per week spelen de leden in de Bellettrie bibliotheek van de Universiteit Twente. Op 22 maart 1979 verscheen in THT-Nieuws het eerste fanaadsel onder redactie van Ed van Zon en Lex Augustijn. In het collegejaar 81-82 maakte Erik Groenhuis de puzzels. (Nummer 73 tot en met 103).
Pas in THT-Nieuws 2 uit 1986 (!) verschijnt fanaadsel 104 onder redactie van Anneke Treep. Tot en met 123 verschijnen de fanaadsels in het Universiteitsblad. Vanaf nummer 124 verschijnen ze in Ideaal, een uitgave van de faculteit Toegepaste Wiskunde. (Jaargang 18, Nr. 3, nov. 1987). Intussen zijn er in totaal 145 fanaadsels verschenen.

Als puzzel deze maand een toepasselijk vraagstuk (een oud fanaadsel) voor dit vijfde nummer van Euclides:
'Wat is het vijfde cijfer van rechts als we het volgende getal uitrekenen?'

$$5^{5^{5^{5^{5}}}}$$

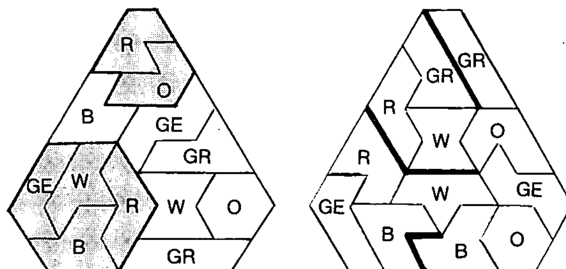
Deze vraag kunnen we op twee verschillende manieren interpreteren:

a) $\left(\left(\left(5^{5}\right)^{5}\right)^{5}\right)^{5}$ resp. b) $5^{\left(5^{\left(5^{\left(5^{5}\right)}\right)}\right)}$

Een ieder die de 2 correcte cijfers vindt en de oplossing binnen een maand instuurt aan bovenstaand adres loot mee om een boekenbon van *f* 25,–.
Ook opmerkingen, nieuwe puzzels, tips over nieuw verschenen puzzelboeken enz. worden zeer gewaardeerd.
Indien u dit type puzzel wel eens eerder bent tegengekomen dan stel ik ook bronvermelding zeer op prijs.

▶ Oplossing 612

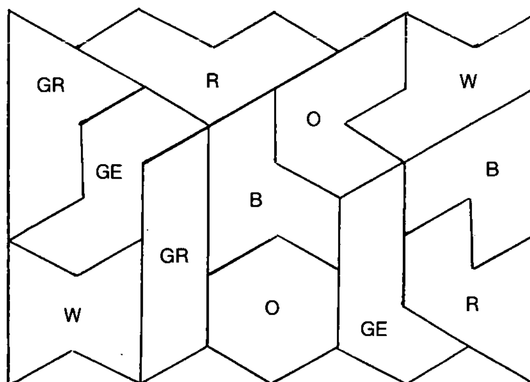
Het doosje van de No. 6 'Beat the computer' serie moest gevuld worden met de 12 gekleurde hexiamonds. De kleuren waren B(lauw), GE(el), O(ranje), R(ood) en W(it).
Van iedere kleur twee stukjes. Als stukjes van dezelfde kleur elkaar raken, dan kunnen we het begrip raaklengte definiëren.
Alle inzenders vonden een oplossing met raaklengte = 0. De fraaiste oplossing is een figuur die door draaiing en spiegeling vier oplossingen met raaklengte = 0 geeft.



raaklengte = 0 *raaklengte = 9*

Verschillende inzenders kwamen tot raaklengte = 7. Daarna 2 oplossingen met lengte 8. En op de valreep belde *Ir. P. J. Torbijn*, Dignaland 7, 2591 CA Den Haag mij op, om te vertellen dat hij lengte 9 had gevonden. Uiteraard heeft hij de boekenbon van *f* 25,– voor deze geweldige prestatie ten volle verdiend. Onze hartelijke gelukwensen!
Er zijn nog een paar onopgeloste vragen:
Op hoeveel manieren is het doosje te vullen?
Als we zelf de stukjes met 6 kleuren mogen kleuren, wat is dan de maximaal haalbare raaklengte? (Uiteraard steeds 2 stukjes met dezelfde kleur).

Als u de stukjes van karton hebt gemaakt is het misschien handig om er een rechthoekig doosje voor te maken. Hierbij een oplossing waarbij elke kleur apart ligt.



● Verenigingsnieuws ●

▶ Oproep

Omdat de heer S. Kemme zijn functie als voorzitter van de VALO-wiskunde en informatica beëindigt, zijn wij op zoek naar een nieuwe
VALO-vertegenwoordiger m/v,
die bereid is het voorzitterschap op zich te nemen. Voor het werk is 0,2 formatieplaats (ongeveer 5 taakuren) beschikbaar.

De VALO's zijn in 1986 ingesteld door het ministerie van O & W. De taken zijn op dit moment:
- het stimuleren van de discussie en de meningsvorming in het onderwijsveld over verbetering en vernieuwing van het onderwijs in wiskunde en informatica,
- het gevraagd en ongevraagd adviseren van de SLO over de leerplanontwikkeling voor deze vakken, mede op basis van discussies in het onderwijsveld,
- het beoordelen van de produkten van de SLO voordat deze in het onderwijs verspreid worden.

De VALO bestaat op dit moment uit:
Sieb Kemme, namens NVvW, voorzitter
Truus Dekker, namens NVvW
Wil Oonk, namens NVORWO
Marjo Bollen, namens NGI
Huub Jansen verzorgt samen met Hermien Hesselink het secretariaat.

Wij zoeken iemand met:
- ervaring in het wiskundeonderwijs, bij voorkeur 1e graads gebied,
- bekendheid met de ontwikkelingen binnen het onderwijs en met de onderwijsverzorgingsstructuur,
- een constructieve, maar kritische houding t.o.v. het leerplanontwikkelingswerk van de SLO,
- betrokkenheid bij de ontwikkelingen binnen het informatica-onderwijs,
- vermogen leiding te geven aan een klein team,
- goede contactuele eigenschappen,

Voor inlichtingen over het werk kunt u contact opnemen met Truus Dekker: 02993-7 12 26.
Uw sollicitatiebrieven kunt u binnen drie weken na verschijnen van dit blad sturen naar het secretariaat van de NVvW, t.a.v. de sollicitatiecommissie VALO.

▶ Notulen jaarvergadering 1989

Notulen van de algemene vergadering van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op zaterdag 28 oktober 1989 in het gebouw van Het Nieuwe Lyceum te Bilthoven.

Om 10.06 uur opent de voorzitter, dr. Th. J. Korthagen de vergadering. Hij verwelkomt alle aanwezigen en in het bijzonder de ereleden de heren dr. J. van Dormolen, E. H. Schmidt en dr. P. G. J. Vredenduin, de redactie van Euclides onder leiding van de voorzitter drs. A. Oosten, de voorzitter van de COW prof. dr. F. v.d. Blij, de vertegenwoordiger van de NVORWO de heer H. Heidenrijk en de vertegenwoordigers van de Vlaamse Vereniging Wiskundeleraars mevrouw G. Simons en de heer F. Laforce.
Hierna spreekt hij de jaarrede uit. Deze is opgenomen in Euclides 65,4. Na de jaarrede vermeldt hij zijn vertrek als voorzitter van de vereniging en hij dankt de vereniging voor het in hem gestelde vertrouwen en de medebestuursleden voor hun hulp en vriendschap. Hij spreekt de wens uit dat het de vereniging onder leiding van de nieuwe voorzitter goed zal gaan.
Vervolgens worden de notulen van de algemene vergadering van 29 oktober 1988 en de jaarverslagen goedgekeurd. Het verslag van de kascommissie wordt voorgelezen, waarna de penningmeester met dank voor het vele verrichte werk wordt gedéchargeerd. Daar er geen tegenkandidaten zijn worden zonder stemming in de kascommissie benoemd de heer T. Vandeberg uit Kerkrade en mevrouw drs. H. Verhage uit Utrecht.
De voorzitter gaat hierna over tot de bestuursverkiezing. Van de aftredende bestuursleden zijn de heren L. Jacobs en dr. Th. J. Korthagen niet herkiesbaar. Daar er geen tegenkandidaten zijn ingediend, wordt de heer F.J. Mahieu herkozen en

worden de heren J. J. Breeman en J. F. D. Diepstraten als nieuwe bestuursleden gekozen.
Hierna neemt de nieuwe voorzitter, dr. J. van Lint, de leiding van de vergadering over. Hij dankt voor het vertrouwen dat men in hem stelt en memoreert dat de vereniging in de afgelopen jaren veel voor het wiskundeonderwijs heeft gedaan. Hij is er trots op dat in het wiskundeonderwijs unieke zaken zijn verricht die niet alleen nationaal, maar ook internationaal veel belangstelling trekken. De afgetreden voorzitter heeft de afgelopen veertien jaren de vereniging geleid. In een brief aan de secretaris schrijft de inspecteur drs. W. Kleijne:
"Graag maak ik van de gelegenheid gebruik, nu hij zijn voorzitterschap neerlegt, de heer Korthagen te danken voor alles wat hij in de afgelopen jaren voor het wiskundeonderwijs heeft gedaan en heeft betekend. Zijn vele activiteiten, zijn oplettendheid en zijn grote vakkennis zijn van grote invloed geweest op de in gang zijnde ontwikkelingen in het wiskundeonderwijs. Tevens dank ik hem voor de buitengewoon goede samenwerking die de inspectie met hem mocht ondervinden. Ik wens hem samen met zijn vrouw en allen die hem dierbaar zijn alle goeds toe".
De voorzitter voegt hier aan toe dat de heer Korthagen vooral achter de schermen veel heeft gedaan. Reeds in 1963 werkte hij mee aan plannen voor vernieuwing van het wiskundeonderwijs; hij was bestuurslid van het Wiskundig Genootschap en werkte mee aan de organisatie van de vakantiecursussen van het Mathematisch Centrum; hij was vele jaren lid van de vaksectie wiskunde van de CEVO en daarvoor van de ACD wiskunde; hij is lid van de CMLW geweest en werkte mee in de nomenclatuurcommissie van de vereniging.
De voorzitter stelt daarom de vergadering voor de heer Korthagen te benoemen tot erelid van de vereniging. De vergadering gaat hiermee bij acclamatie akkoord.
Hierna wordt de heer Korthagen, die na de bestuursverkiezing tactisch uit de zaal was weggeroepen, de zaal ingeleid waarna hem het erelidmaatschap wordt aangeboden. Onder dank aanvaardt hij het erelidmaatschap.
De voorzitter onderstreept hierna nog een passage uit de jaarrede. De vereniging heeft veel zorg voor informatie aan alle geledingen, ook mavo en lbo. Het is jammer dat veel wiskundeleraren die wel vaak komen en zeer actief zijn, toch geen lid van de vereniging zijn. Hij vraagt hen uit te leggen dat zeer veel prijs op hun lidmaatschap wordt gesteld.
Hij memoreert dat dr. D. Schepel uit Haren in april vijftig jaar lid van de vereniging was.
Het volgende agendapunt is de contributie voor het jaar 1990/1991. Deze wordt vastgesteld op ƒ 55,–.
Als laatste in het morgengedeelte van de jaarvergadering krijgt mevrouw S. v.d. Werf het woord. Zij biedt namens de Werkgroep Vrouwen en Wiskunde het in de jaarrede reeds genoemde boek Wiskunde in het LHNO, logisch toch' aan de vertrekkende en de nieuwe voorzitter aan. Het is het resultaat van het project over het wiskundeonderwijs in het lhno. Vrouwen en Wiskunde is sinds 1981 een deel van de NVvW. De werkgroep heeft veel steun van de vereniging gekregen. De spreekster hoopt op veel zorg voor de wiskunde bij lbo en lhno.
De voorzitter dankt mevrouw Van der Werf hartelijk en beëindigt het morgengedeelte van de jaarvergadering.

Voor het themagedeelte geeft hij het woord aan mevrouw F. R. Meester.

Na de studiedag wordt om 16.30 uur het huishoudelijk gedeelte heropend voor de rondvraag.
Mevrouw I. J. A. Koper-Kas heeft in de werkgroep over Hawex een grote ongerustheid bespeurd. Het lijkt onmogelijk het wiskunde-B programma in vier wekelijkse lesuren af te werken. Zij vraagt of de vereniging hier iets aan doet. De voozitter deelt de ongerustheid, doch merkt op dat deze ongerustheid er ook bij de invoering van Hewet was. Hij hoopt dat men op de scholen met 5-5 lesuren begint. Als ook nadat men ervaring heeft opgedaan nog 5 lesuren per leerjaar nodig blijken te zijn dan moeten we iets doen. Het bestuur zal over een advies aan de scholen nadenken. Volgens mevrouw Koper heeft in publikaties het advies 4-4 gestaan. Als de ongerustheid terecht is, dan moet men nu ingrijpen.
De heer J. B. v.d. Groep stelt voor aan de scholen nu 5-5 lesuren te adviseren. De voorzitter wil de problematiek terug spelen naar de Hawex-werkgroep. De heer H. J. P. M. van Mil, die reeds met het Hawex-programma werkt, ligt nu al achter op de planning en dringt er op aan dat het ministerie 5-5 lesuren beschikbaar stelt.
De heer T. Vandeberg suggereert dat scholen die nu met 4-4 moeten werken, proberen lesuren van de onderbouw naar de bovenbouw over te hevelen. Volgens de voorzitter is dit in strijd met de grotere aandacht die de onderbouw moet krijgen.
De heer V.d. Groep heeft als schooldecaan een probleem. Op het vwo is er geen formele verplichting om wiskunde in het pakket te hebben. Op het havo is wiskunde echter zo opgezet dat het voor alle leerlingen haalbaar moet zijn. Wat moet men nu adviseren? De voorzitter antwoordt hierop dat de invoering van Hawex toch weer overhaast is geweest. Zou het experiment langer zijn geweest, dan zou het experiment meer in de leerboeken verwerkt kunnen worden. De vereniging kan blijven proberen actie te voeren ten 'wiskunde verplicht'. Gelukkig is 'wiskunde verplicht' gekoppeld aan de pakketverbreding, die voorlopig is uitgesteld.
De heer L. Spijkerboer wijst er op dat wiskunde-A havo niet aansluit bij de wiskunde-A van vwo. Hij vindt het verschil niet erg, maar het moet landelijk wel goed bekend zijn. Hij vraagt waar deze besluiten zomaar vallen. De voorzitter wijst op de hoorzittingen over het rapport van de Hawex-werkgroep, die de vereniging enige jaren geleden heeft georganiseerd. De meningen over de moeilijkheden bij de overstap van havo naar vwo verschillen, maar er moest in het wiskunde-programma op het havo wel iets veranderen. Voor sommige onderwerpen hebben de havo leerlingen een voorsprong op de leerlingen uit 4 vwo, bij andere – zoals differentiaalrekening – juist niet. Sommigen vinden het bijwerken niet moeilijk, anderen wel. Bij de keuze van de inhoud van wiskunde-A havo, moest men er wel voor waken dat dit geen aftreksel van wiskunde-A vwo werd.
De heer H. v.d. Kooij voegt hier nog aan toe dat de aansluiting niet drempelloos is. Het verschil tussen havo en vwo ligt in de techniek van het differentiëren en het manipuleren met formules; de overeenkomst ligt in de attitude, het leren omgaan met onzekerheden en het werken met contexten. De experimenten laten zien dat zich binnen matrices en kansrekening geen aan-

sluitingsproblemen voordoen. Bij differentiëren zijn de problemen er wel. Op de school van de heer V.d. Kooij moesten de leerlingen die van havo naar vwo wilden doorstromen zich in de vakantie hierop voorbereiden. Zij deden dit met de pakketjes 'Functies en grafieken' en 'Differentiëren 1' van het Hewet-team.
Mevrouw T. Brinkman-Geilman wijst er op dat veel leerlingen doorstromen van mavo naar havo. Aan haar school wordt op de havo-afdeling de voorlichting aan mavo-leerlingen gegeven. Zij kan dit ook aan andere scholen aanbevelen. De voorzitter wijst hierna nogmaals op de bijeenkomsten voor mavo-docenten die in november op een groot aantal plaatsen worden gegeven, terwijl mevrouw F. R. Meester de brochures van het project 'Wiskunde en Emancipatie' nogmaals aanbeveelt.
Namens de Vlaamse Vereniging Wiskundeleraars dankt de voorzitter, mevrouw G. Simons, voor de uitnodiging voor deze studiedag. Zij wenst de nieuwe voorzitter veel succes en bedankt de vertrekkende voorzitter voor de vele contacten van de afgelopen jaren. Zij onderstreept dit met een cadeau.
Ten slotte deelt de voorzitter mee dat het afgetreden bestuurslid, de heer L. Jacobs, een jaar ziek is geweest en niet op de jaarvergadering aanwezig was. Hij wenst hem een blijvend herstel toe.
Met een woord van dank aan alle organisatoren van de studiedag, alle groepsleiders en in het bijzonder Francis Meester en Marja Meeder, aan Felix Gaillard, die veel werk achter de schermen heeft verricht en de directie en medewerkers van de school, die ons zo gastvrij hebben ontvangen sluit de voorzitter om 17.06 uur de vergadering.

De redactie feliciteert Theo Korthagen hartelijk met zijn benoeming tot erelid!

Verschenen

Derksen, Th. J. G.: *Basiskennis Informatie Verzorging (BIV)*; *f*38,00; 256 blz.
en *Programmeren en Coderen in Basic (PCB)*; *f*33,00; 216 blz.; Academic Service.
Deze boeken zijn bestemd voor diegenen die direct te maken hebben of te maken krijgen met automatisering. Het eerste deel behandelt meer in het algemeen de functie en de invloed van computers terwijl het tweede meer specifiek aandacht besteedt aan het ontwerpen van programma's. Samen voldoen deze delen aan de specificaties van de basismodule I.1 van de AMBI opleidingen.

Fellner: *Computer Grafik*; Wissenschaffts Verlag Mannheim; DM 58.00; 430 blz.
Het boek is in 3 delen opgebouwd; (I) Apparatuur (beeldschermen, invoermechanismen); (II) Tweedimensionale objecten (krommen, vullen, transformaties); (III) Driedimensionale objecten (projecties, transformaties, removals). De algoritmen worden gepresenteerd in de pseudotaal. Omzetten naar een geïmplementeerde taal zal geen problemen.

Hastings, K.J.: *Introduction to the Mathematics of Operation Research*; Marcel Dekker; $ 119.50; 424 blz.
De schrijver heeft gekozen om te beginnen bij de wiskunde om pas daarna de ontwikkelde technieken te illustreren aan de hand van praktische problemen. Hoofdonderwerpen: Grafentheorie; Lineair Programmeren; Stochastische Processen; Dynamisch Programmeren.

Mededeling

CIEAEM-conferentie

De CIEAEM, internationale commissie voor onderzoek en verbetering van het wiskundeonderwijs, houdt van 23 tot 30 juli 1990 te Bielsko Biala in Polen haar 42ste internationale bijeenkomst.
Het thema is:
'The teacher of mathematics in the changing world'.

Op de conferentie zal Engels en Frans gesproken worden. Wie belangstelling heeft of meer informatie wil, kan zich richten tot: Rijkje Dekker, ISOR, Rijksuniversiteit Utrecht, Postbus 80140, 3508 TC Utrecht, tel.: 030-53 47 95.

Kalender

14 februari 1990: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
14 maart 1990: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
15 en 16 maart 1990: Beekbergen, VALO-conferentie 'Wiskunde in de onderbouw'. Zie de mededeling op blz. 149.
16 maart 1990: Op de scholen voor havo/vwo, Eerste ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade.
11 april 1990: Utrecht, Bestuursvergadering NVvW.
23 t/m 30 juli 1990: Bielsko Biala, Polen, CIEAM-conferentie. Zie de mededeling op blz. 160.

Inhoud